Referat

Geometrische Erklärungsmodelle

Andrea Quinke
Ansgar Vollmer
Boris Wachsmann

Fachhochschule Köln
Fachbereich Design
31.01.2001

Themen

Ansgar Vollmer

- Geometrie
- Elementargeometrie
- Axiome
- Symmetrie
- Goldene Schnitt
- Gestaltung

Geometrie

Geometrie ist der Umgang mit ebenen und räumlichen Gebilden.

[zu griechisch: ge "Erde" und metron "Maß"]

Die Geometrie fördert die menschliche Wahrnehmung und Gestaltungsfähigkeit.

Beschreibung eines Quadrates

Abb.1

□ = X^2 = geometrische Figur mit vier glei- chen Seitenlängen und vier rechten Winkeln.

geometrisch arithmetisch deskriptiv

Die Geometrie ermöglicht das Zeichnen von Bildern und das Entdecken und Begründen von Zusammenhängen.

Geometrie

Die geometrischen Formgebilde ermöglichen dem Menschen eine bildnerische Äußerung.

Architektur - Ägyptische Pyramiden

Geometrie

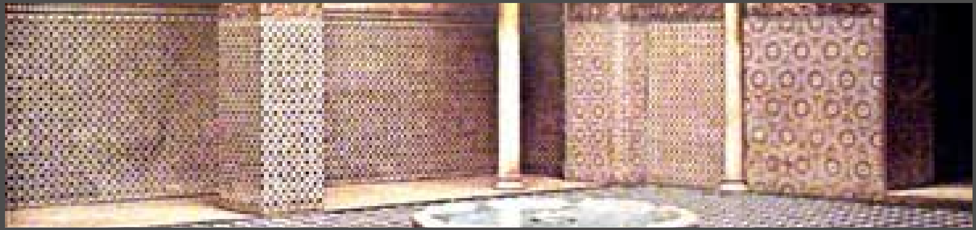
Die geometrischen Formgebilde ermöglichen dem Menschen eine bildnerische Äußerung.

Architektur - Ägyptische Pyramiden

Abb.2

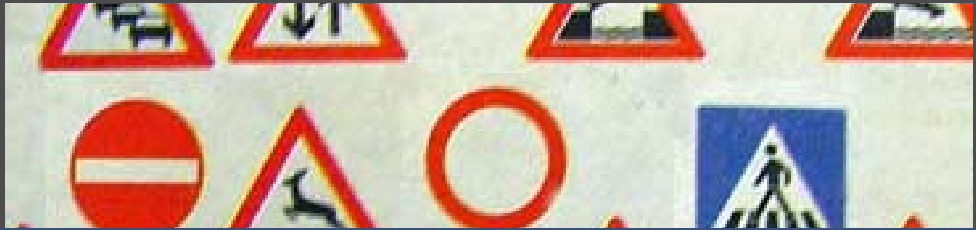
Ornamentik - Islam

Abb.3



Signal - Verkehrsschilder

Abb.4



Geometrie

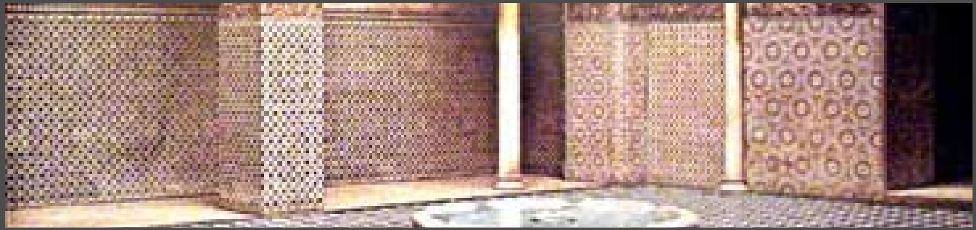
Die geometrischen Formgebilde ermöglichen dem Menschen eine bildnerische Äußerung.

Architektur - Ägyptische Pyramiden

Abb.2

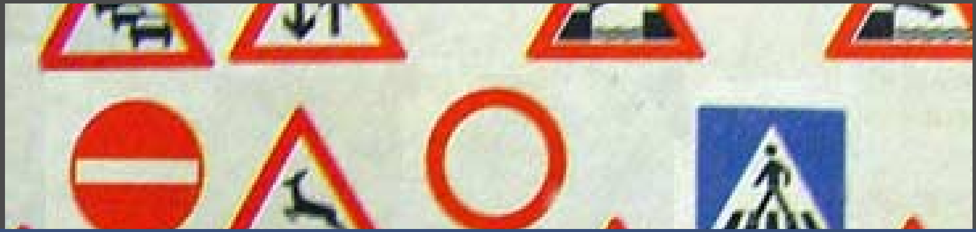
Ornamentik - Islam

Abb.3



Signal - Verkehrsschilder

Abb.4



Geometrie

Die geometrischen Formgebilde ermöglichen dem Menschen eine bildnerische Äußerung.

Ornamentik - Islam

Geometrie

Die geometrischen Formgebilde ermöglichen dem Menschen eine bildnerische Äußerung.

Architektur - Ägyptische Pyramiden

Abb.2

Ornamentik - Islam

Abb.3

Signal - Verkehrsschilder

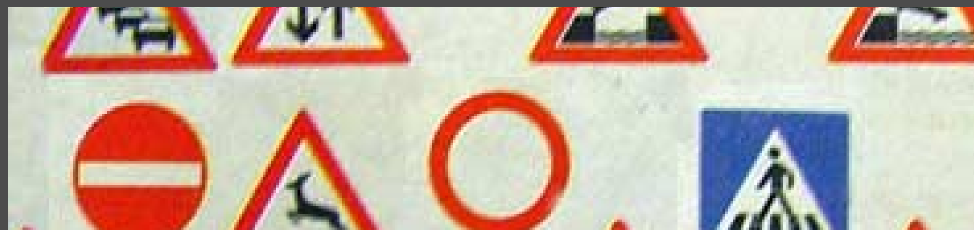


Abb.4

Geometrie

Die Welt besteht aus verschiedenen Formen und Größen.
Um diese Gegenstände kennenzulernen und zu beschreiben,
braucht man die Geometrie.

In der Geometrie hat man es vorallem mit zwei Aufgaben zu tun:

1. Die Konstruktion einer Figur mit gegebenen Eigenschaften.
2. Die Begründung eines geometrischen Sachverhaltes.

Geometrie

Die Welt besteht aus verschiedenen Formen und Größen.
Um diese Gegenstände kennenzulernen und zu beschreiben,
braucht man die Geometrie.

Praktischer Einsatz der Geometrie:

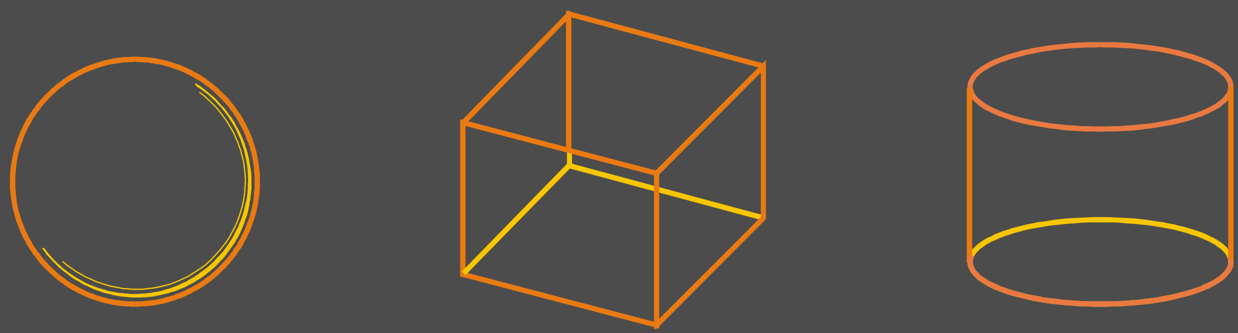
- zeichnen von Bildern
- studieren von Bauplänen der Natur und Technik
- entwerfen von Modellen und Bauten
- konstruieren von Mechanismen
- sich zurechtfinden auf der Erde und im Weltall

Elementargeometrie

Die geometrischen Grundformen sind Kugel, Quader und Zylinder. Sie sind die Idealisierung der Wirklichkeit. Solche Gedankengebilde heißen in der Geometrie Körper; von ihnen handelt die Stereometrie (Raumgeometrie).

geometrische Grundformen:

Abb.5



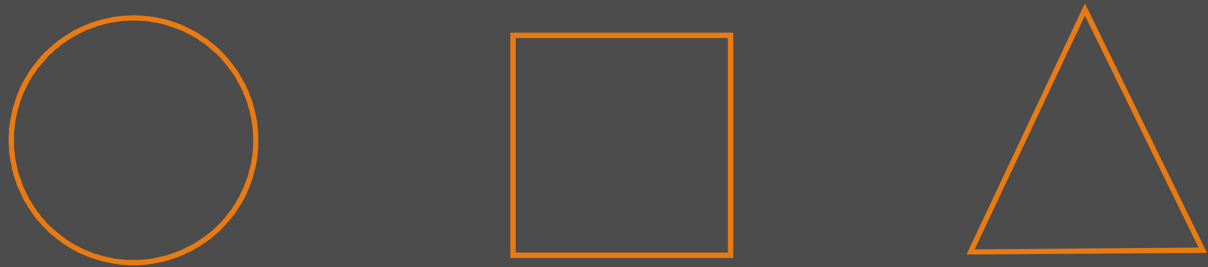
Kugel | Quader | Zylinder

Elementargeometrie

Bei den Körpern gibt es ebene Begrenzungsflächen oder Schnittflächen, die man als Figuren bezeichnet. Figuren sind ebene Gedankengebilde; von ihnen handelt die Planimetrie (ebene Geometrie).

Figuren:

Abb.6



Kreis Rechteck Dreieck

Elementargeometrie

Die Elementargeometrie besteht aus folgenden Eigenschaften:

Eine Figur besteht in der Geometrie aus Punkten.

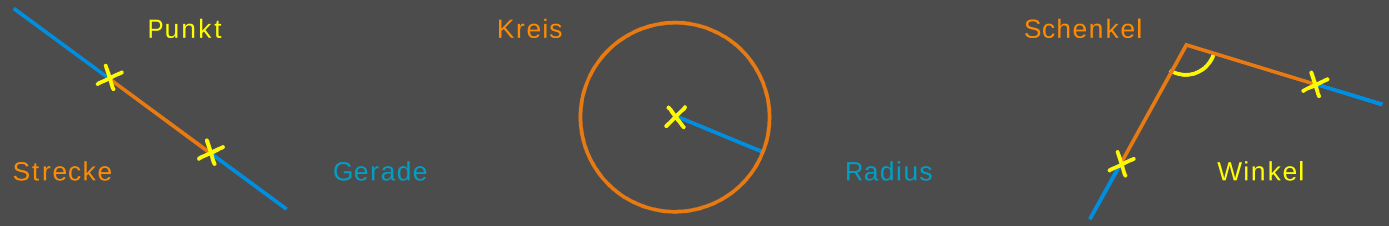
Eine Strecke nennt man die kürzeste Verbindung zweier Punkte.

Eine Gerade nennt man eine unbegrenzte Verlängerung einer Strecke.

Ein Kreis wird durch einen Punkt und einer Streckenlänge genau festgelegt.

Ein Winkel wird durch zwei Halbgeraden mit einem gemeinsamen Anfangspunkt gebildet.

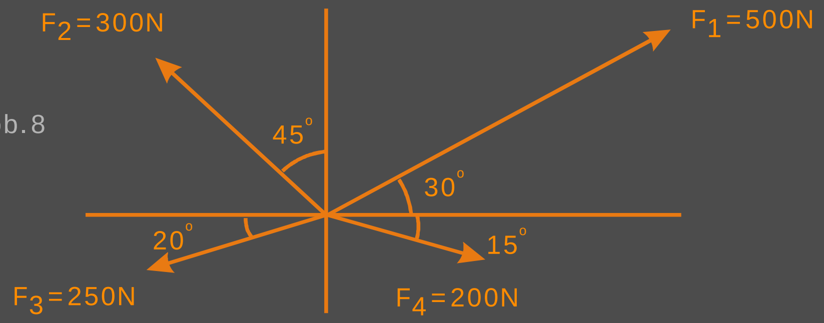
Abb.7



Kräftesystem

Praktische Anwendung der Geometrie zur Berechnung der Resultierenden eines ebenen Kräftesystems.

Abb.8



Andrea Quinke - Boris Wachsmann - Ansgar Vollmer

Kräftesystem

Praktische Anwendung der Geometrie zur Berechnung der Resultierenden eines ebenen Kräftesystems.

Abb.8

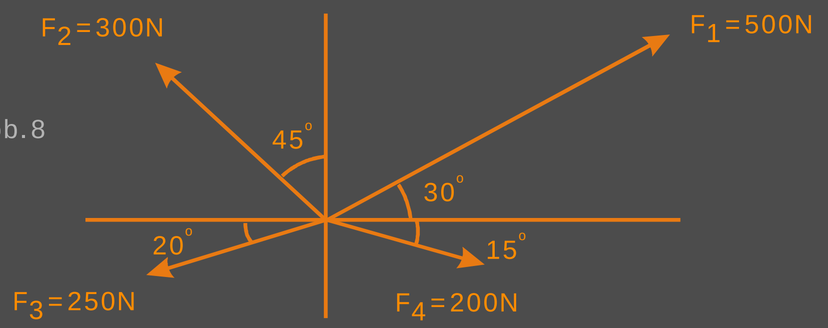
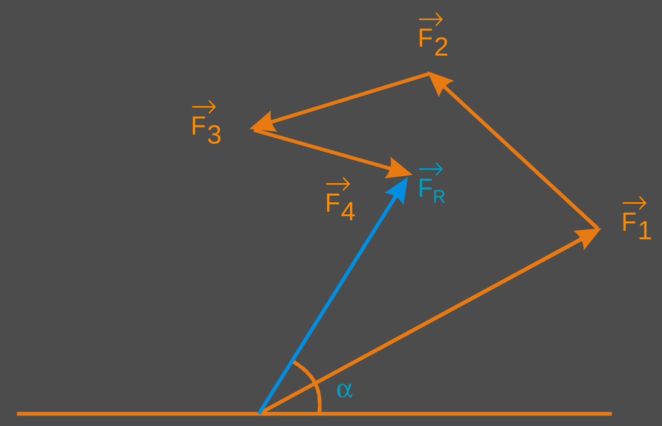


Abb.9



Kräftesystem

Praktische Anwendung der Geometrie zur Berechnung der Resultierenden eines ebenen Kräftesystems.

Abb.8

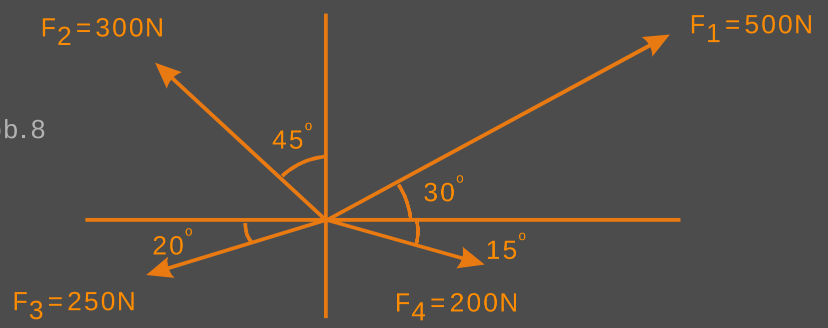
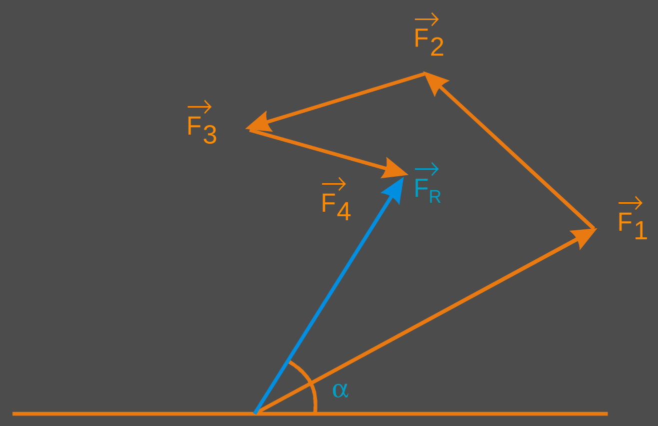


Abb.9



$F_{1x} = F_1 \cdot \cos 30^\circ = 500N \cdot \cos 30^\circ = 433N$

$F_{1y} = F_1 \cdot \sin 30^\circ = 500N \cdot \sin 30^\circ = 250N$

$F_{2x} = F_2 \cdot \cos 135^\circ = 300N \cdot \cos 135^\circ = -212{,}1N$

$F_{2y} = F_2 \cdot \sin 135^\circ = 300N \cdot \cos 135^\circ = 212{,}1N$

$F_{3x} = F_3 \cdot \cos 200^\circ = 250N \cdot \cos 200^\circ = -239{,}9N$

$F_{3y} = F_3 \cdot \sin 200^\circ = 250N \cdot \sin 200^\circ = -85{,}5N$

$F_{4x} = F_4 \cdot \cos 345^\circ = 200N \cdot \cos 345^\circ = 193{,}2N$

$F_{4y} = F_4 \cdot \sin 345^\circ = 200N \cdot \sin 345^\circ = -85{,}5N$

$$F_R = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = \begin{bmatrix} 433N \\ 250N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -212{,}1N \\ 212{,}1N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -239{,}9N \\ -85{,}5N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 193{,}2N \\ -85{,}5N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 179{,}5N \\ 324{,}8N \end{bmatrix}$$

$$|F_R| = \sqrt{(179{,}9N)^2 + (324{,}8N)^2} = 371{,}0N$$

$$\cos\alpha = \frac{F_R \cdot e_x}{|F_R| \cdot |e_x|} = \frac{\begin{bmatrix} 179{,}5N \\ 324{,}8N \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}}{371{,}0N \cdot 1} = \frac{179{,}5N}{371{,}0N} = 0{,}4830$$

$$\alpha = \arccos 04830 = 61.1^\circ$$

Andrea Quinke - Boris Wachsmann - Ansgar Vollmer

Axiome

In der Geometrie hat der Grieche Euklid (300 v.Chr.) als einer der ersten ein System von Axiomen geschaffen und daraus Sätze über geometrische Figuren abgeleitet.

- Es ist immer möglich, zwei Punkte mit einer Strecke zu verbinden.
- Es ist immer möglich, um jeden Punkt mit jedem Radius einen Kreis zu zeichnen.
- Es ist immer möglich, eine Strecke beliebig weit zu verlängern.

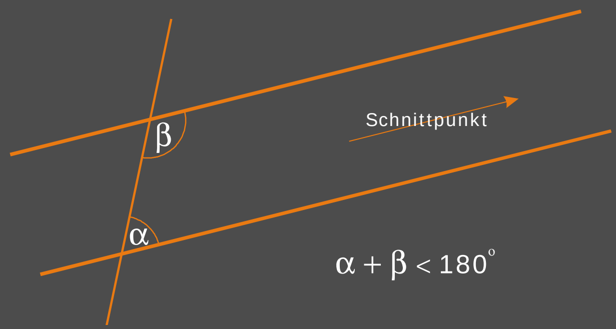
Axiome:
Axiom ist ein grundlegender Lehrsatz, der ohne Beweis einleuchtet, der nicht weiter bewiesen zu werden braucht.

Axiome

In der Geometrie hat der Grieche Euklid (300 v.Chr.) als einer der ersten ein System von Axiomen geschaffen und daraus Sätze über geometrische Figuren abgeleitet.

Parallelenaxiom:

- Wenn zwei Geraden mit einer dritten auf derselben Seite innere Winkel bilden deren Summe kleiner ist als zwei rechte Winkel, dann schneiden sie sich bei ausreichender Verlängerung auf dieser Seite.



Axiome:
Axiom ist ein grundlegender Lehrsatz, der ohne Beweis einleuchtet, der nicht weiter bewiesen zu werden braucht.

Parallelenaxiom

Carl Friedrich Gauss (1777-1855) ist der Nachweis gelungen, daß das Parallelenaxiom aus den übrigen Axiomen Euklids bestimmt nicht gefolgert werden kann.

Eine Geometrie, in der nicht alle euklidischen Axiome gelten, heißt nichteuklidische Geometrie.

Ein Beispiel ist die Geometrie auf der Kugel; dort gibt es auch Dreiecke mit einem Winkel von 270 Grad.

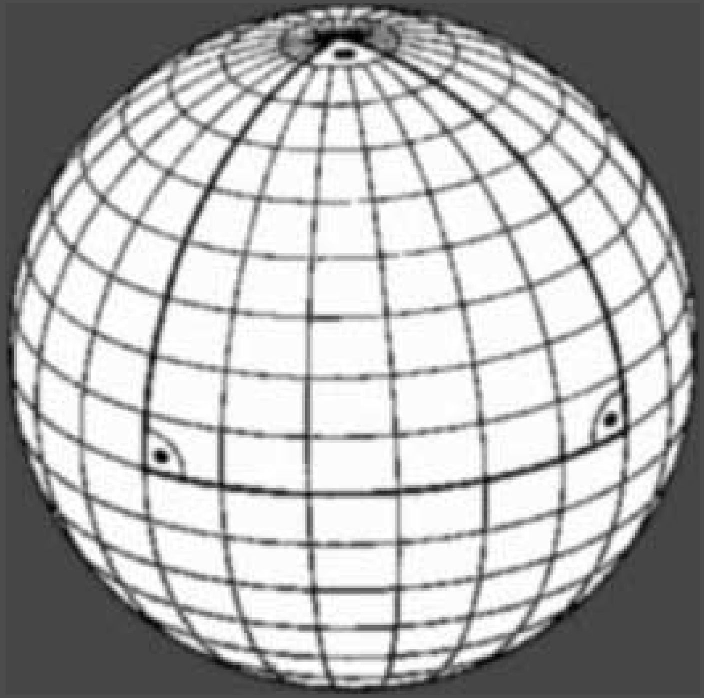


Abb.10

Axiome:
Axiom ist ein grundlegender Lehrsatz, der ohne Beweis einleuchtet, der nicht weiter bewiesen zu werden braucht.

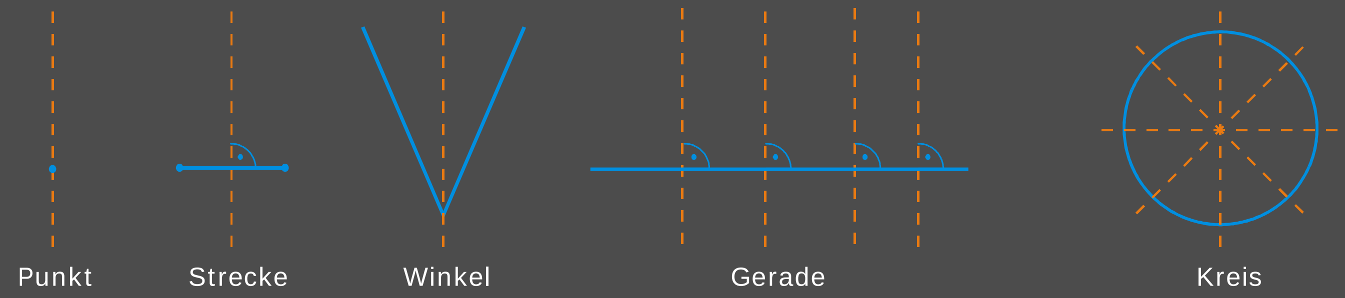
Symmetrie

Die Geometrie besitzt verschiedene Symmetrien.

1. Achsensymmetrie:

Zerlegt eine Gerade eine Figur so in zwei Teile, daß beim Falten längs dieser Gerade beide Teile genau aufeinanderliegen, so heißt sie Symmetrieachse der Figur.

Abb.11



2. Punktsymmetrie:

Eine Figur heißt punktsymmetrisch bezüglich ihrem Zentrum, wenn sie bei einer 180 Grad -Drehung um ihr Zentrum in sich übergeht.

Abb.12

Kongruenz

Figuren, die sich beim Aufeinanderlegen decken, heißen deckungsgleich oder kongruent.

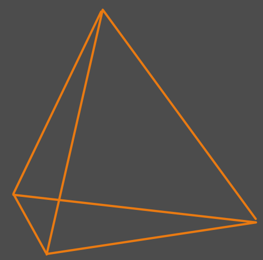
So sind zum Beispiel kongruent:

- zwei Strecken, wenn sie gleich lang sind
- zwei Winkel, wenn sie gleich groß sind
- zwei Kreise, wenn sie den gleichen Radius haben
- zwei Quadrate, wenn ihre Seitenlängen übereinstimmen.

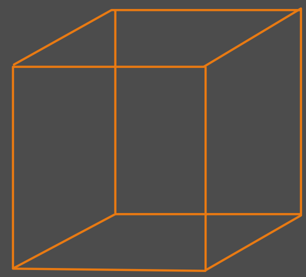
- Kongruent sind auch immer zwei zueinander achsen- oder punktsymmetrische Figuren.

Platonische Körper

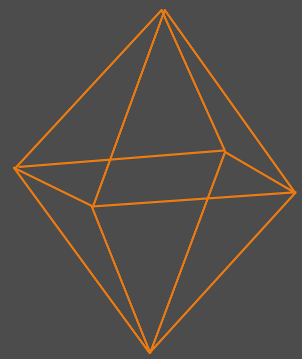
Platonische Körper oder auch regelmäßige Polyeder sind konvexe Polyeder, die von regelmäßigen, untereinander kongruenten Vielecken begrenzt werden.



Tetraeder

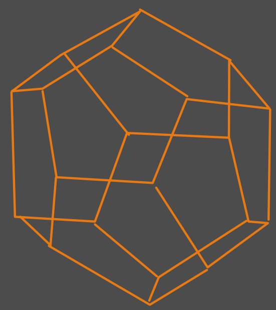


Würfel

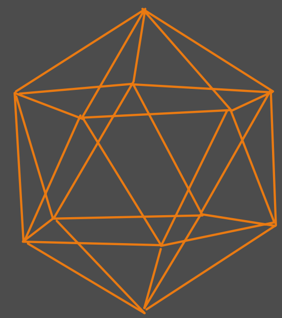


Oktaeder

Abb.13



Dodekaeder

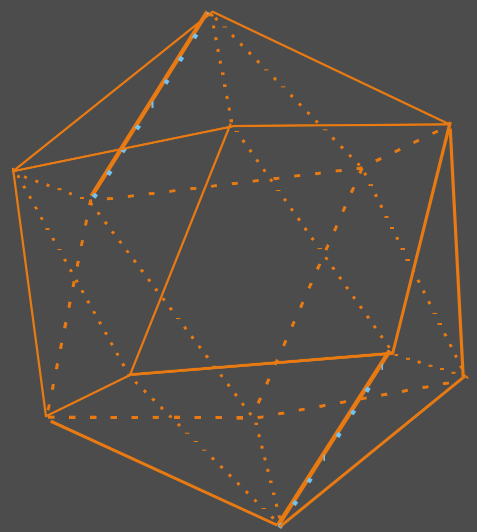


Ikosaeder

Ikosaeder

Die zwölf Ecken eines Ikosaeders sind die zwölf Ecken dreier goldener Rechtecke, die paarweise aufeinander senkrecht stehen.

Abb.13



Ikosaeder

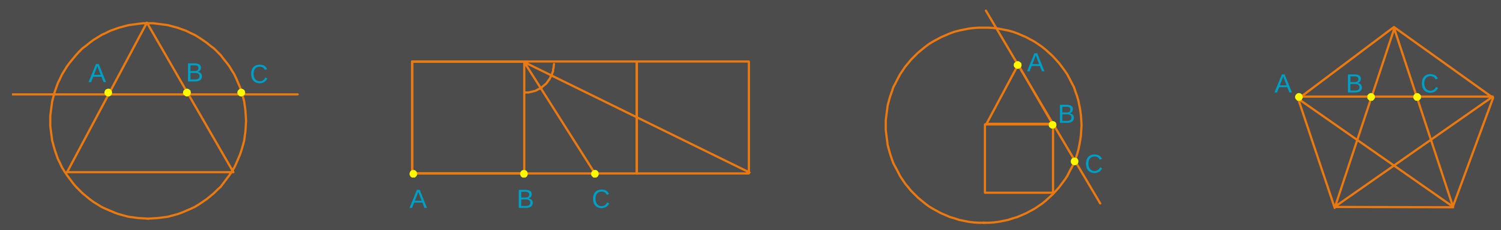
drei goldene Rechtecke

Goldene Schnitt

Der Goldene Schnitt ist ein Teilverhältnis, welches in verschiedenen geometrischen und arithmetischen Situationen erscheint.

Eine Strecke heißt nach dem Goldenen Schnitts geteilt, wenn sich die ganze Strecke zum größeren Abschnitt verhält wie dieser zum kleineren Abschnitt.

Abb.13



Die dargestellten Beispiele weisen immer wieder dasselbe Teilverhältnis zwischen den Punkten A, B und C auf.

Goldene Rechtecke

Unter dem Goldenen Rechteck verstehen wir das Rechteck mit dem Seitenverhältnis des Goldenen Schnittes.

Abb.14

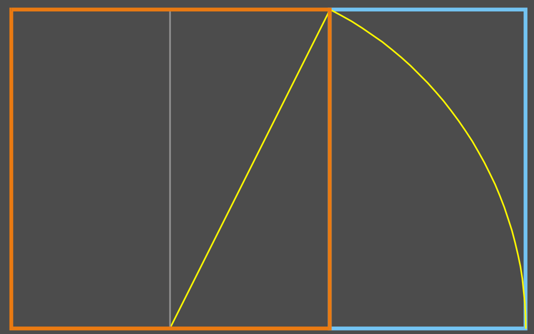
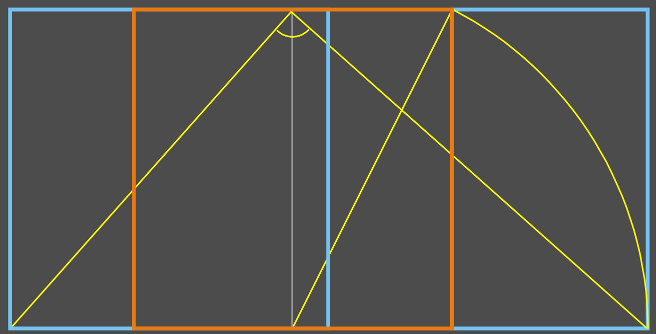


Abb.15



Goldenes Rechteck

Modulor

Modulor

Le Corbusier (1887-1965) konstruierte mit Hilfe goldener Proportionen den Modulor, ein Maßwerkzeug, welches menschliches Maß und den goldenen Schnitt in Einklang bringt.

Abb.16

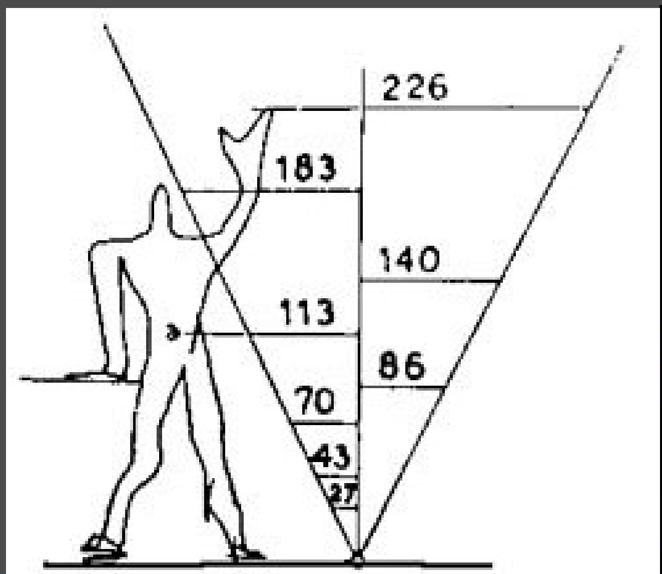


Abb.17

Renaissance

Bekanntlich stellte auch Albrecht Dürer (1471-1528) zahlreiche theoretische Untersuchungen an, die er unter anderem in seiner "Underweysung der messung" 1525 beschreibt.

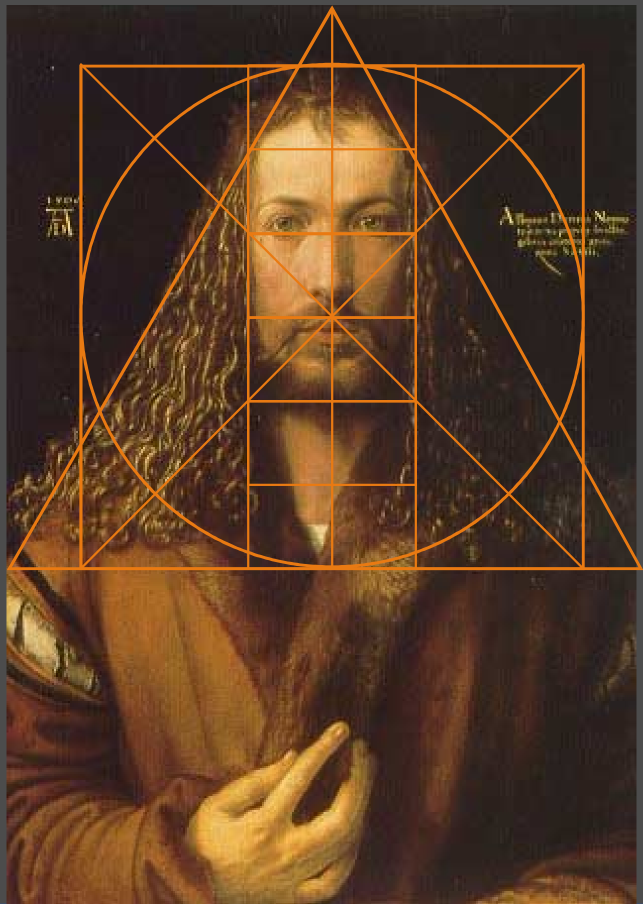
Albrecht Dürer

Münchner Selbstbildnis

von 1500

Renaissance

Bekanntlich stellte auch Albrecht Dürer (1471-1528) zahlreiche theoretische Untersuchungen an, die er unter anderem in seiner "Underweysung der messung" 1525 beschreibt.



Albrecht Dürer

Münchner Selbstbildnis

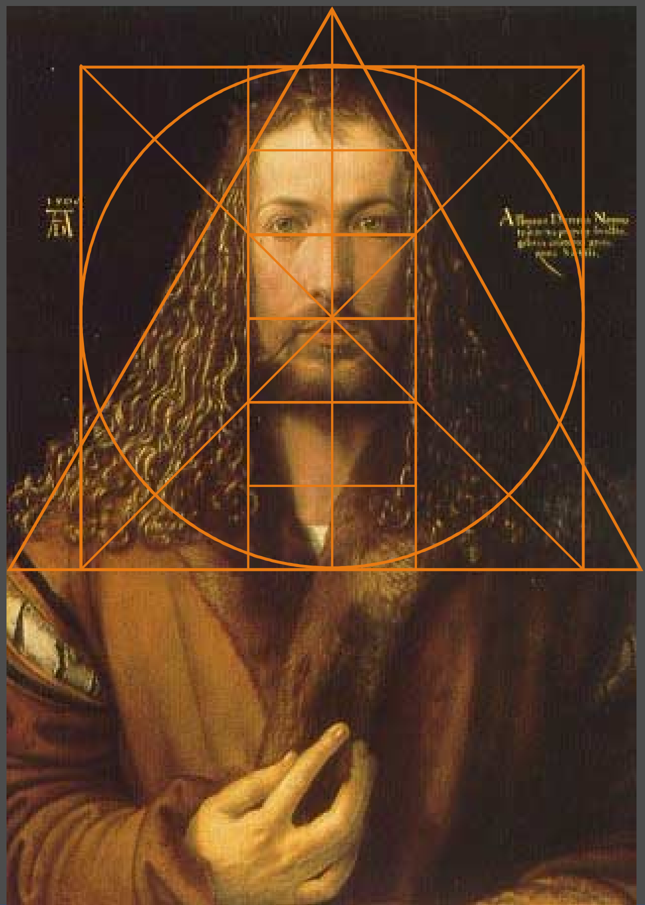
von 1500

Renaissance

Bekanntlich stellte auch Albrecht Dürer (1471-1528) zahlreiche theoretische Untersuchungen an, die er unter anderem in seiner "Underweysung der messung" 1525 beschreibt.

Quadrat

Goldenes Rechteck



Albrecht Dürer

Münchner Selbstbildnis

von 1500

Kubismus

Der Kubismus war eine Art Gegenbewegung zum Fauvismus (Expressionismus) und entstand aus dem Lager des Künstler und Lehrmeister Paul Cézanne.

Paul Cézanne hatte versucht, die Natur in seinen Bildern dadurch greifbar zu machen, in dem er sie auf geometrische Grundformen reduzierte.

Paul Cézanne sagte:
"Alles in der Natur modelliert sich wie Kugel, Kegel und Zylinder; man muss auf Grund dieser einfachen Formen malen lernen"
Rotzler, Willy; Konstruktive Konzepte Zürich, 1977

Pablo Picasso:
Femme assise,
1909

De Stijl

De Stijl war eine Künstlergruppe in Holland, die sich der mathematischen Ästhetik verschrieben hat. Sie wollte mit ihrem Schaffen Einfluß auf das Leben nehmen, um dadurch Harmonie in die Welt zu bringen.

Piet Mondrian:
Komposition mit Rot,
Gelb und Blau, 1930

Zitat

Wilhelm Worringer schrieb:

„Der Raum ist der größte Feind aller abstrahierenden Bemühungen"

Worringer, Wilhelm; Abstraktion und Einfühlung, München, Neuausgabe 1959

Geometrische Anwendungen

Pythagoreische Zahlentripel

Kräfteparallelogramm

Navigation

Perspektive

Computer Aided Design

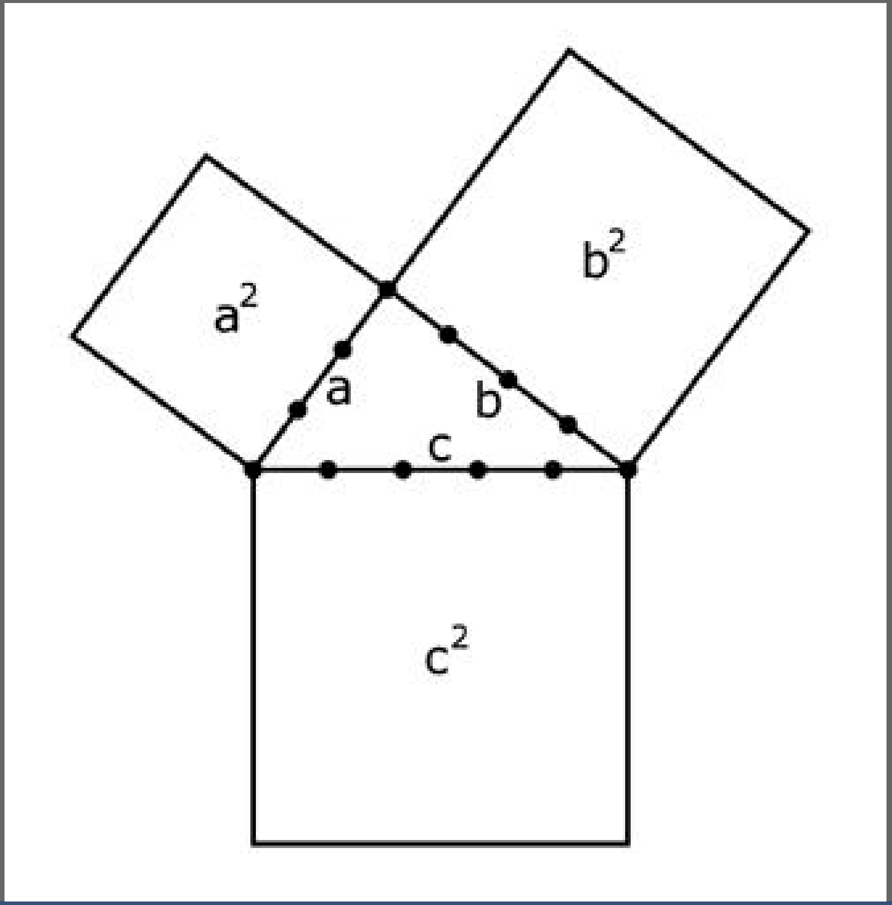
Pythagoreische Zahlentripel

Im rechtwinkligen Dreieck ist das Quadrat über der Hypotenuse gleich der Summe der Quadrate über den beiden Katheten.

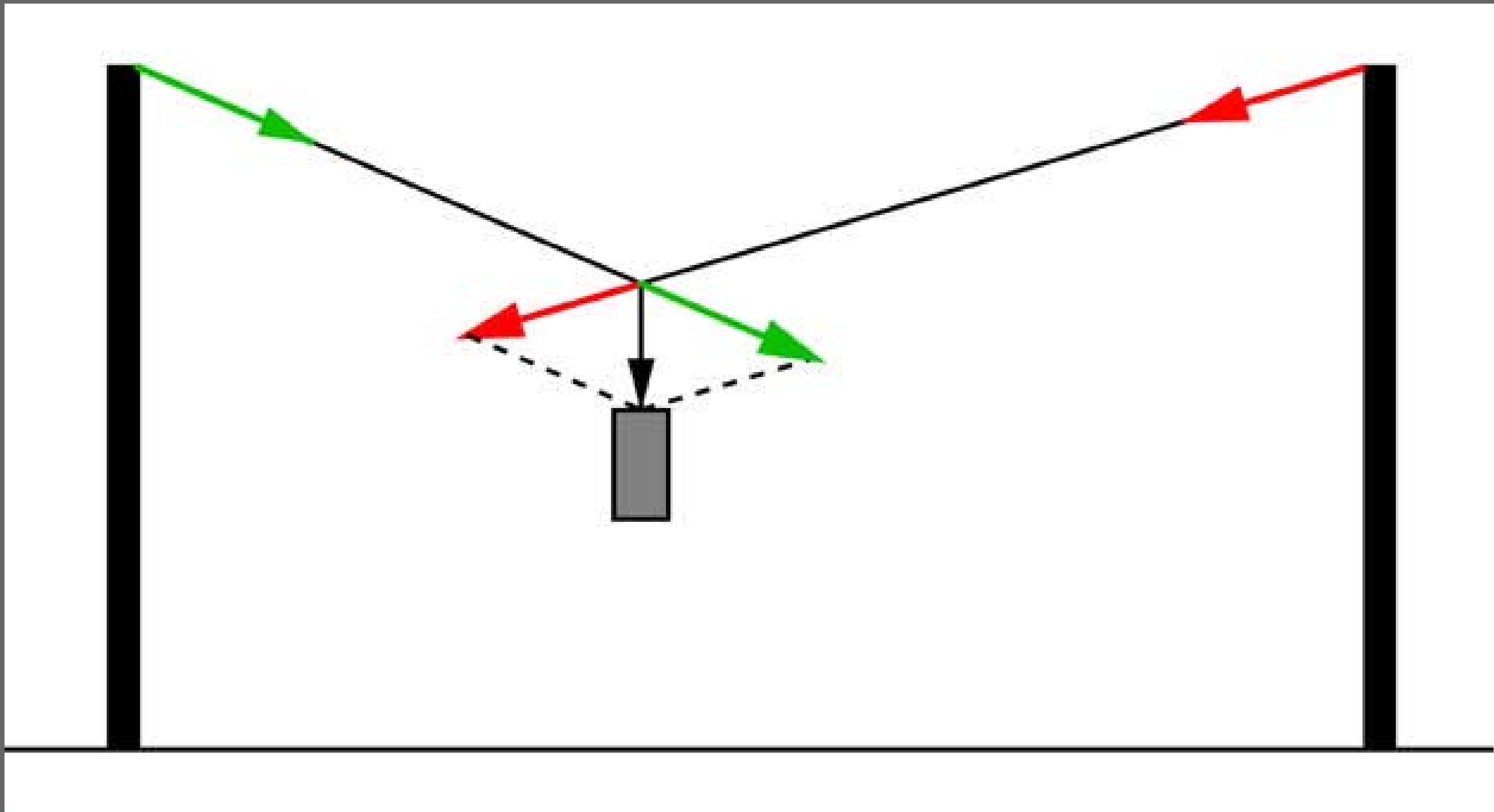
$a^2 + b^2 = c^2$

$3^2 + 4^2 = 5^2$

$9 + 16 = 25$

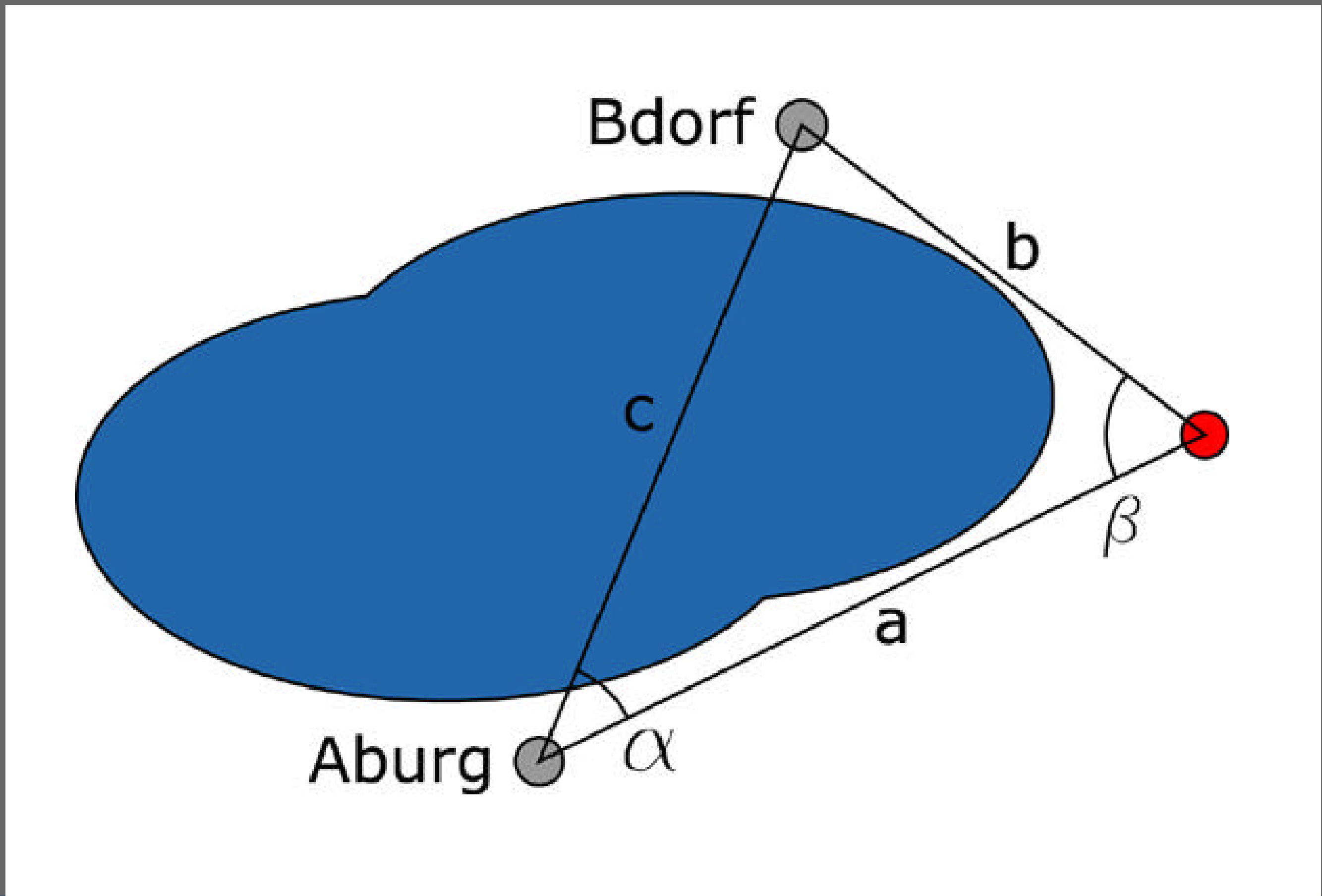


Kräfteparallelogramm



Navigation

Navigation



Perspektivische Darstellung

Erfahrungsperspektive

Fluchtpunkt und Verkürzung

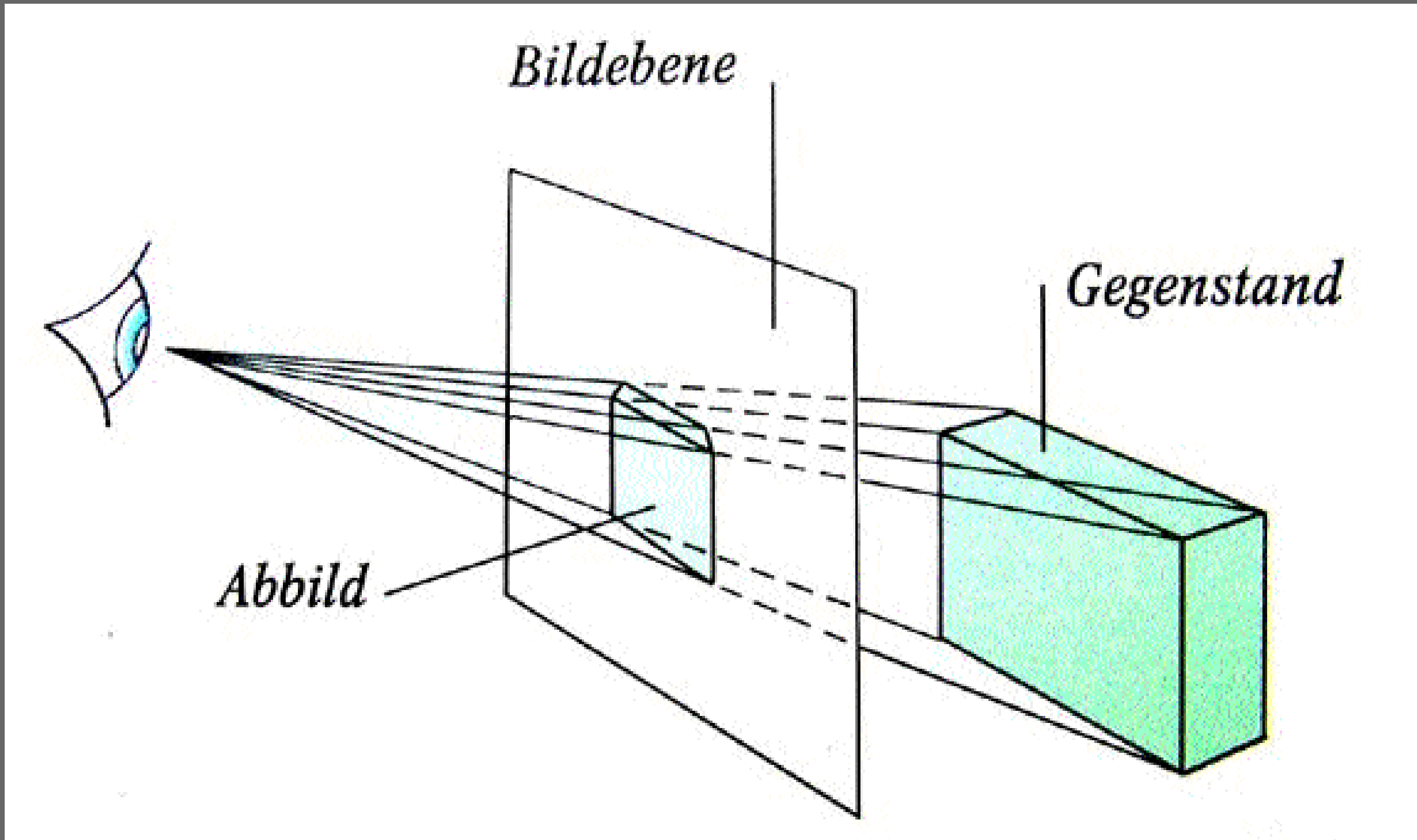
Dürers Perspektivehilfe

Konstruktion

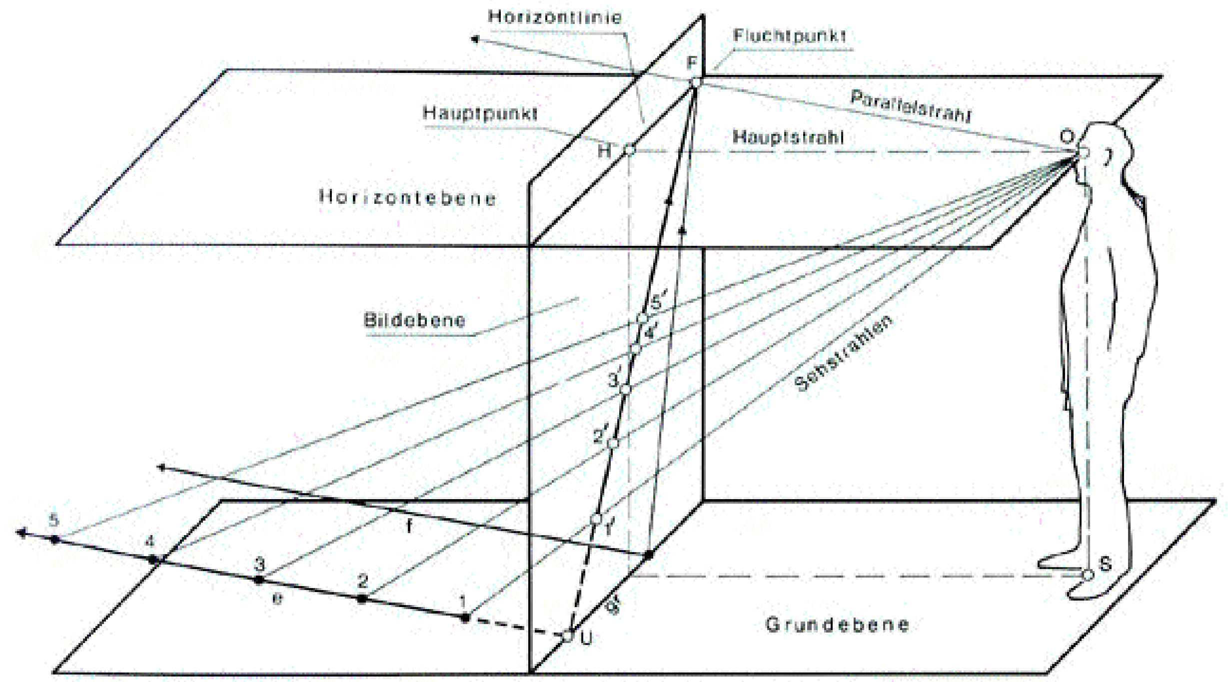
Anschaulichkeit - Maßgerechtheit

Erfahrungsperspektive

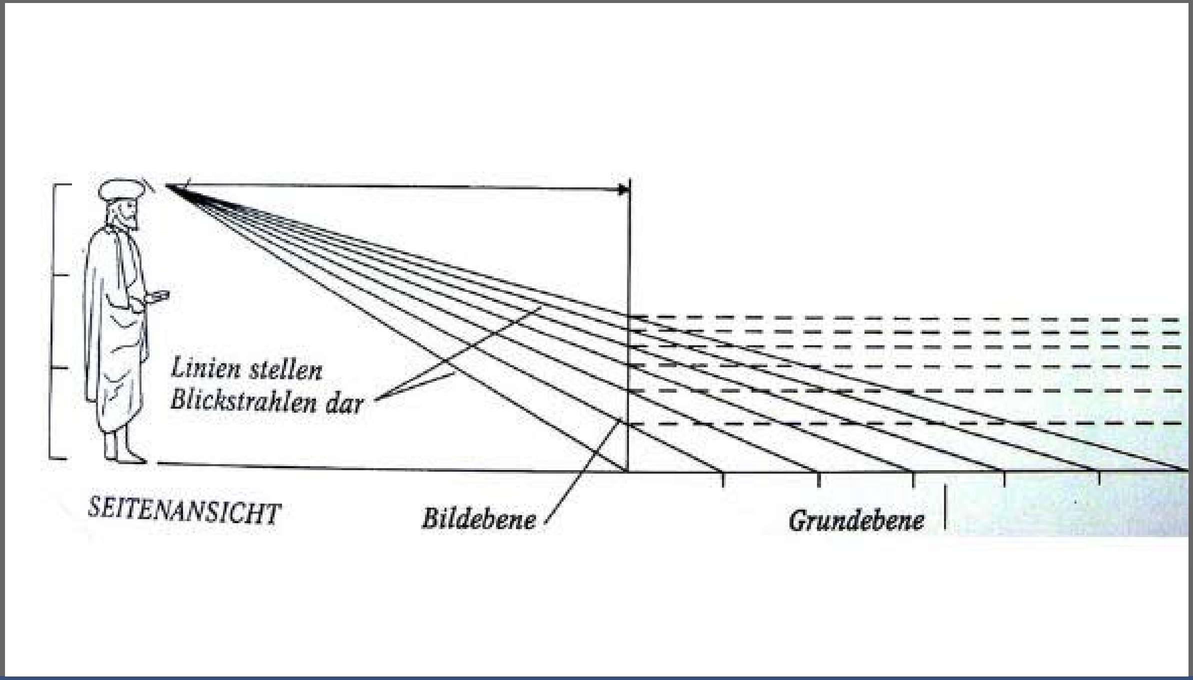
Zentralperspektive

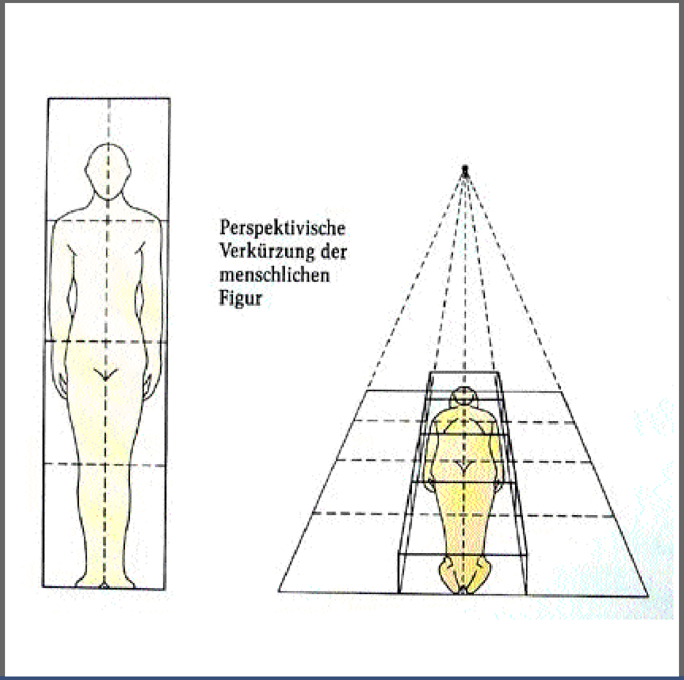


Prinzip und Begriffe der perspektivischen Darstellung

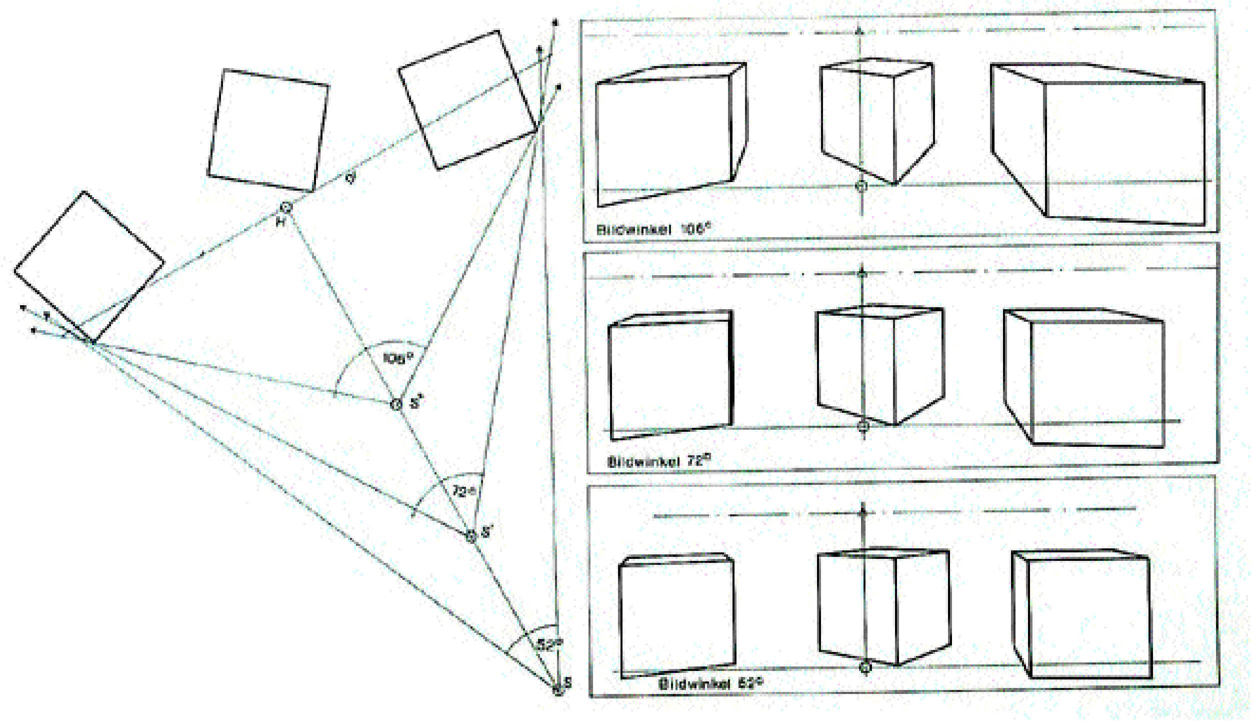


Perspektivische Verkürzung

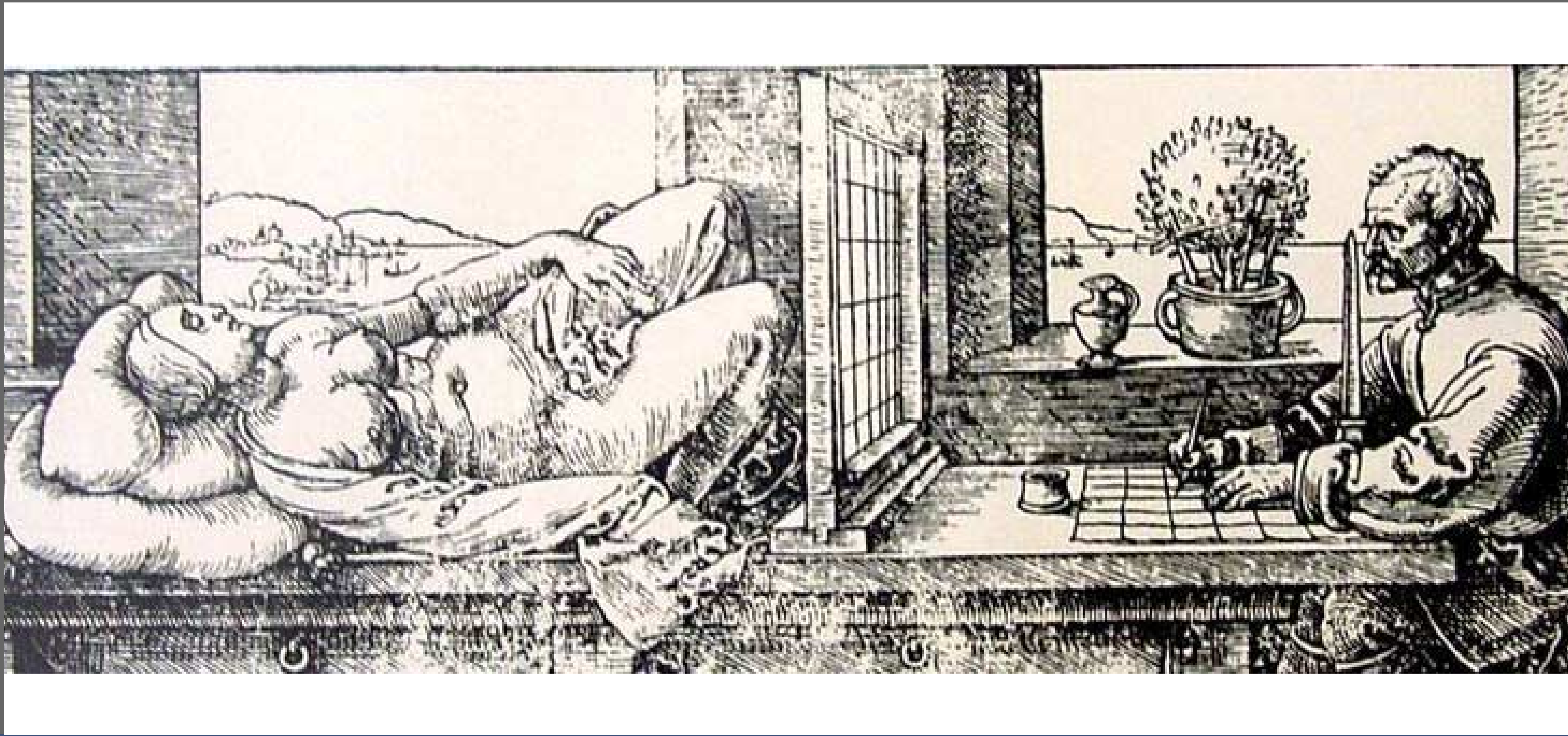




Darstellung unter unterschiedlichen Blickwinkeln

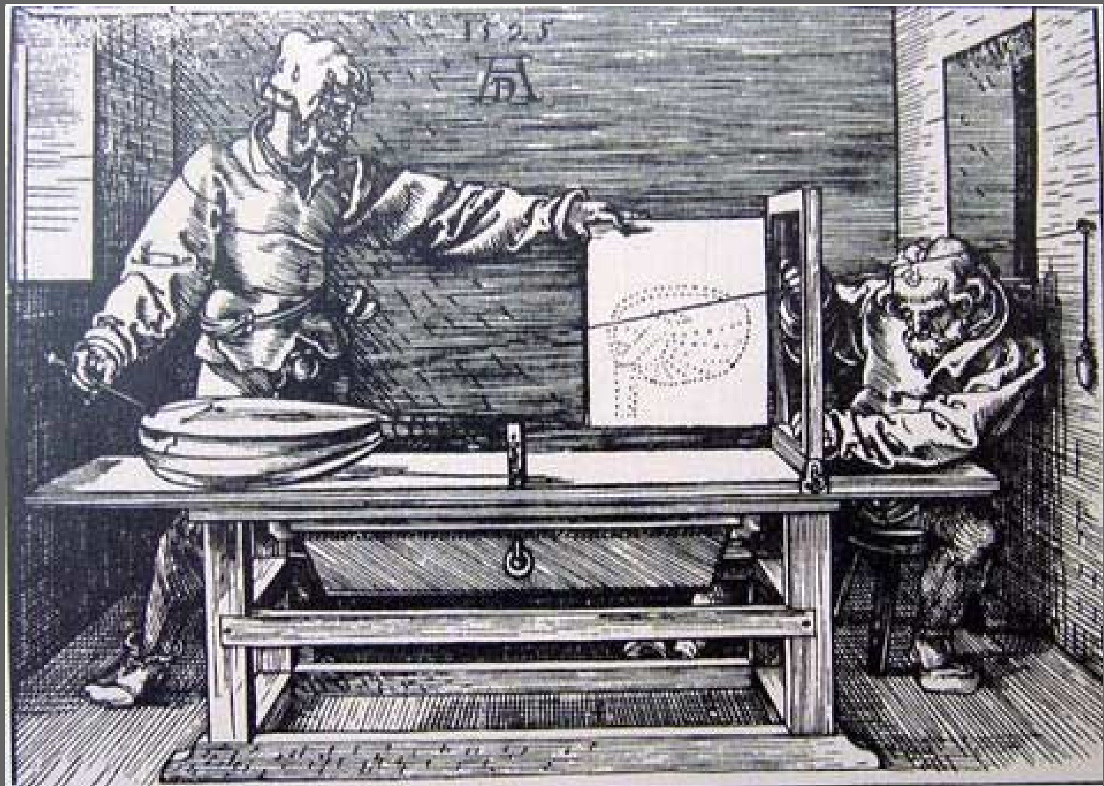


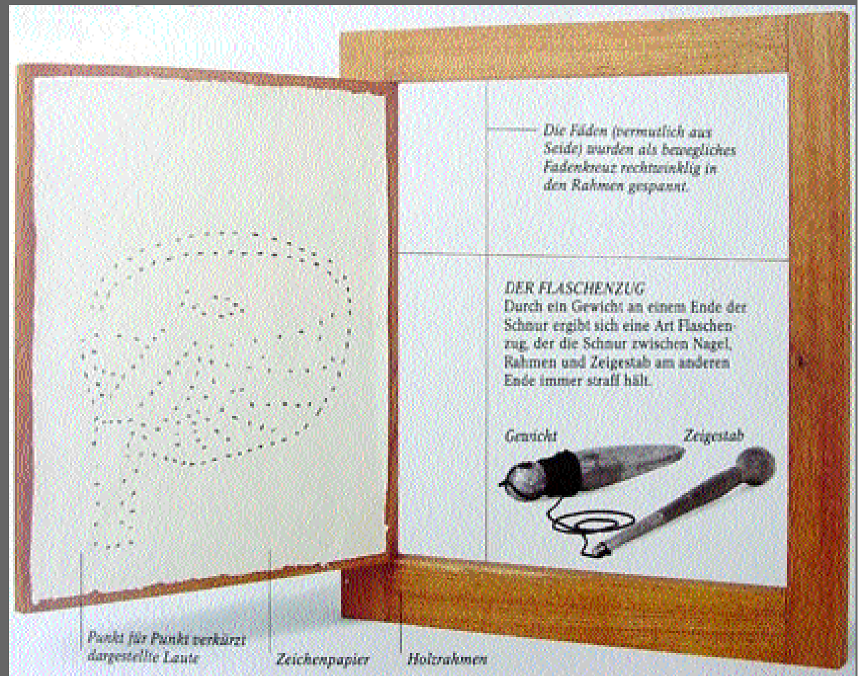
Perspektivehilfen



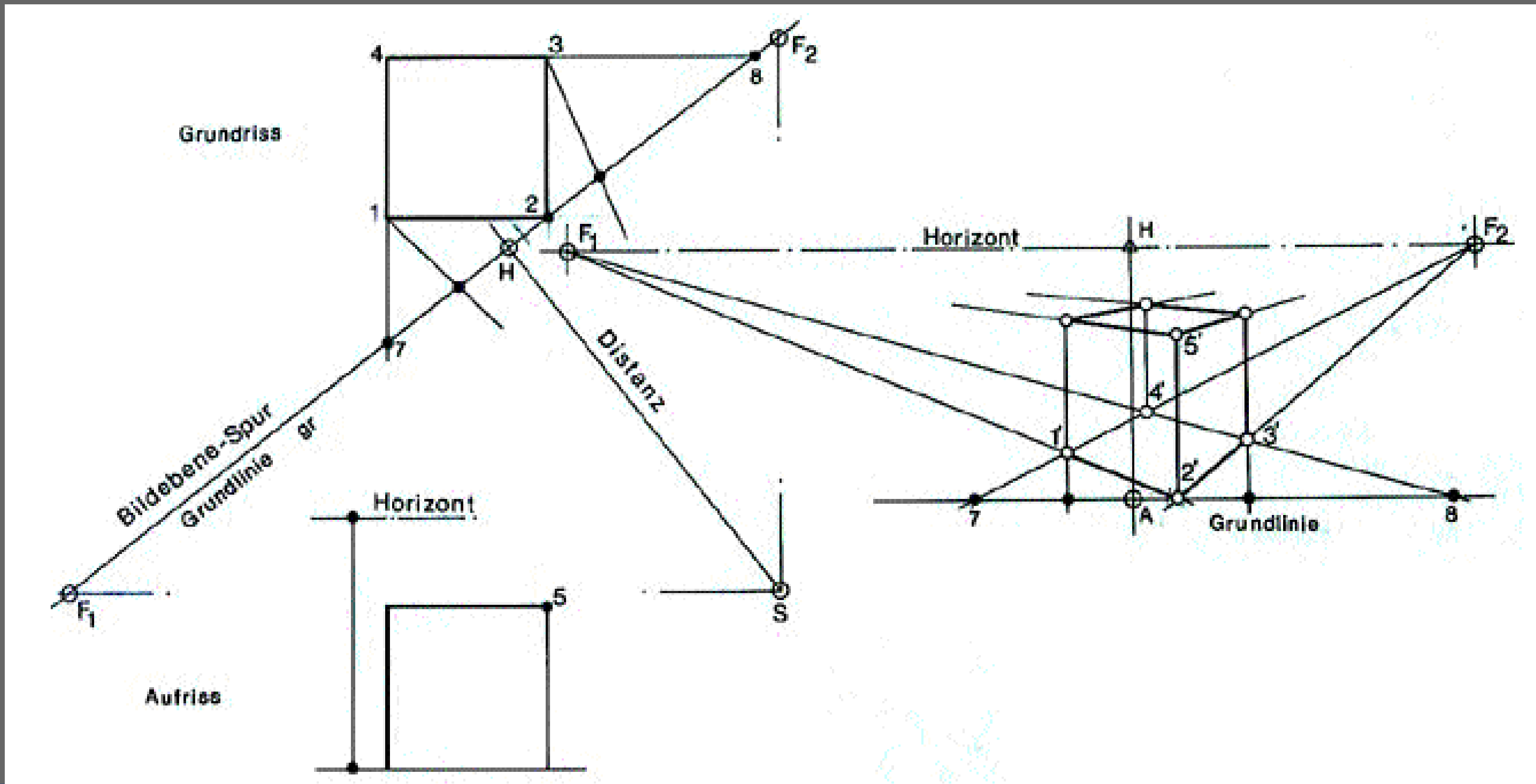
Andrea Quinke - Boris Wachsmann - Ansgar Vollmer

Fadenkreuzrahmen von Albrecht Dürer

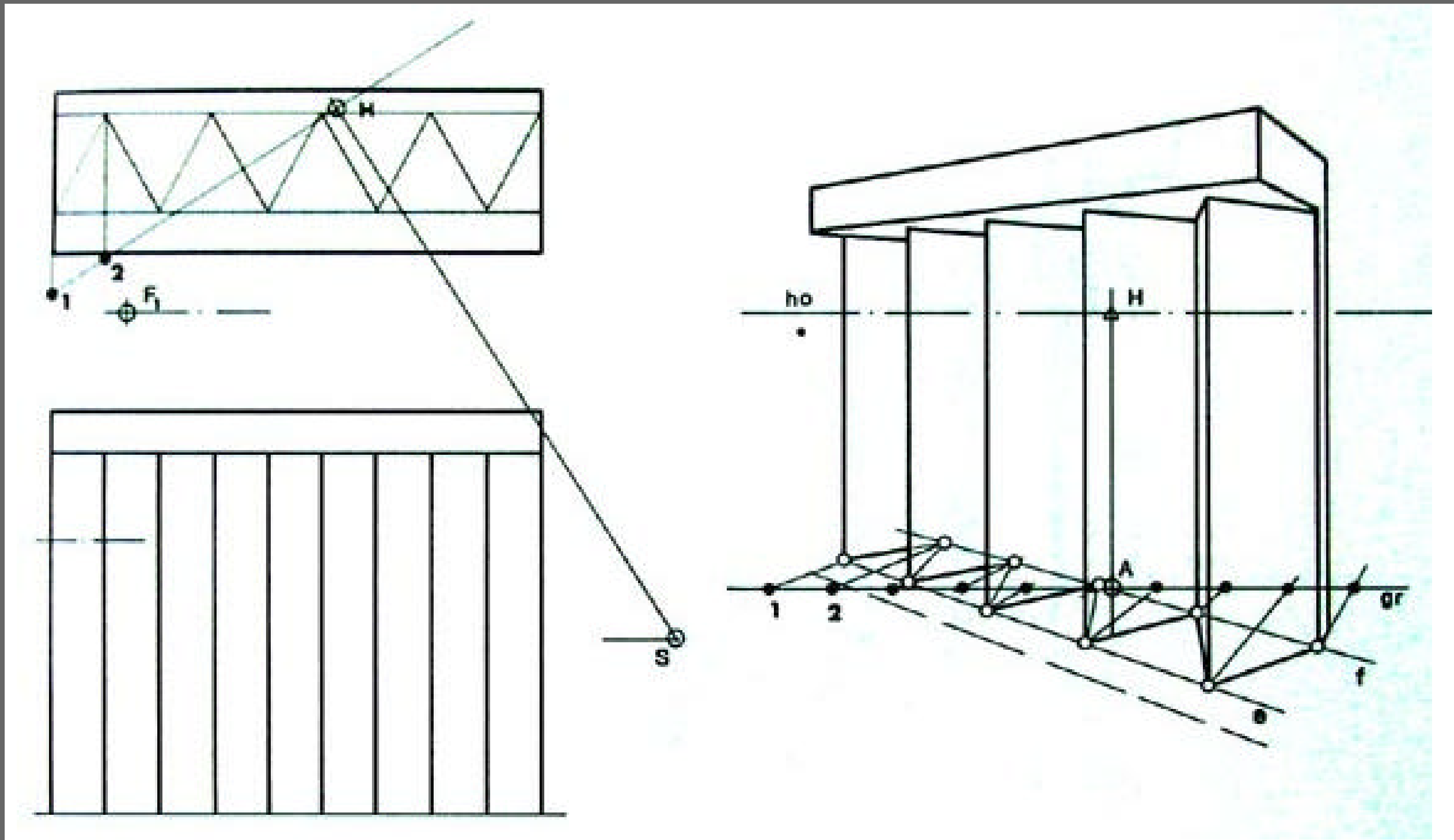




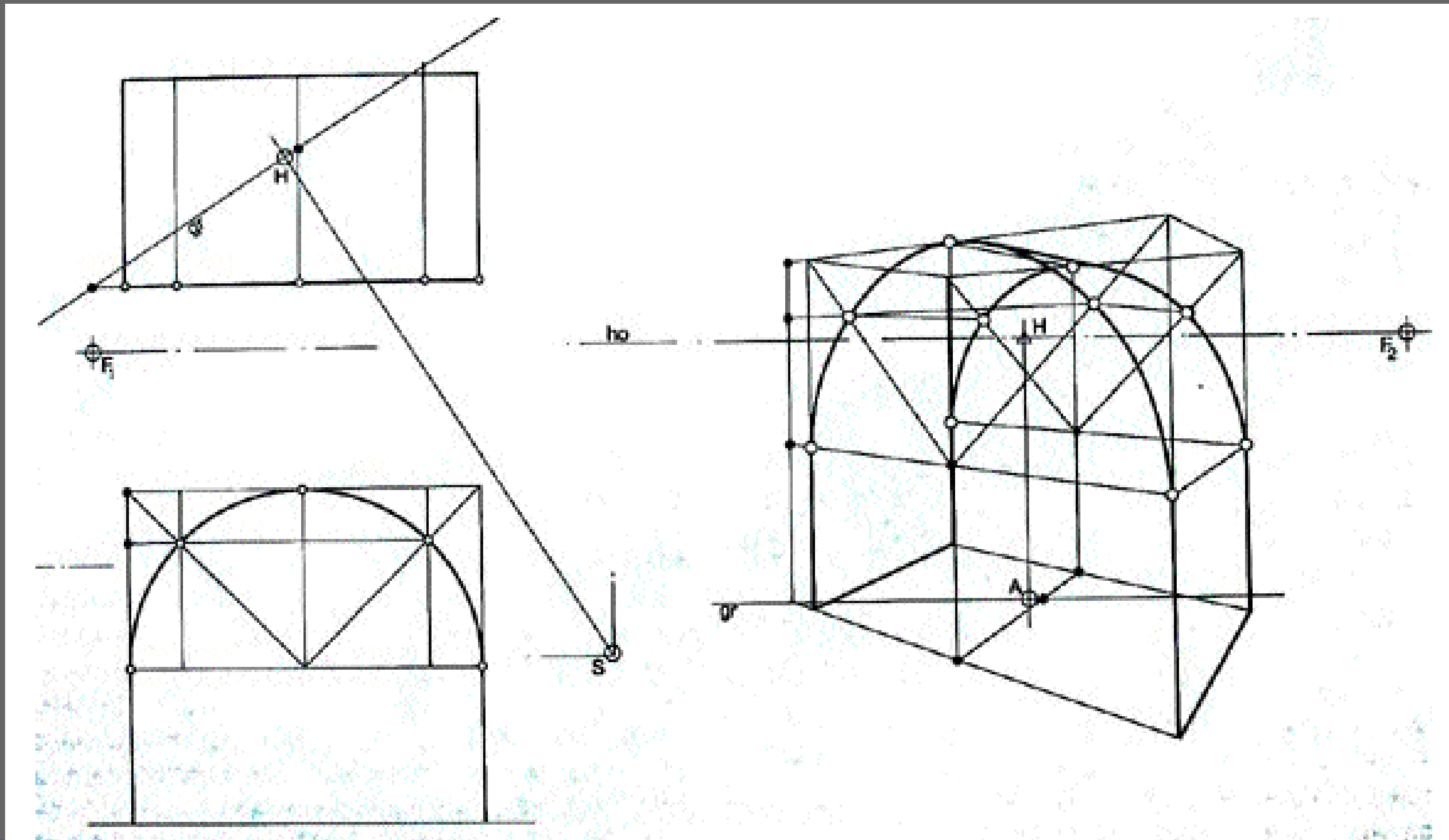
Perspektivische Konstruktion eines Würfels



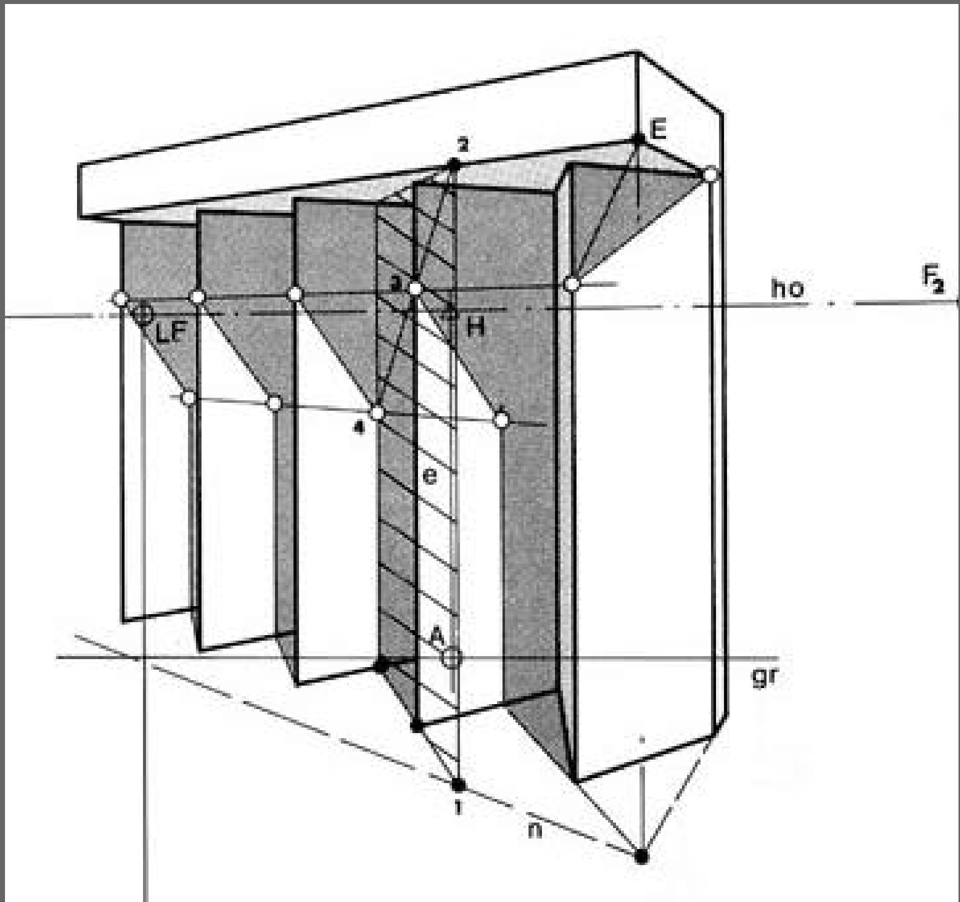
Konstuktion

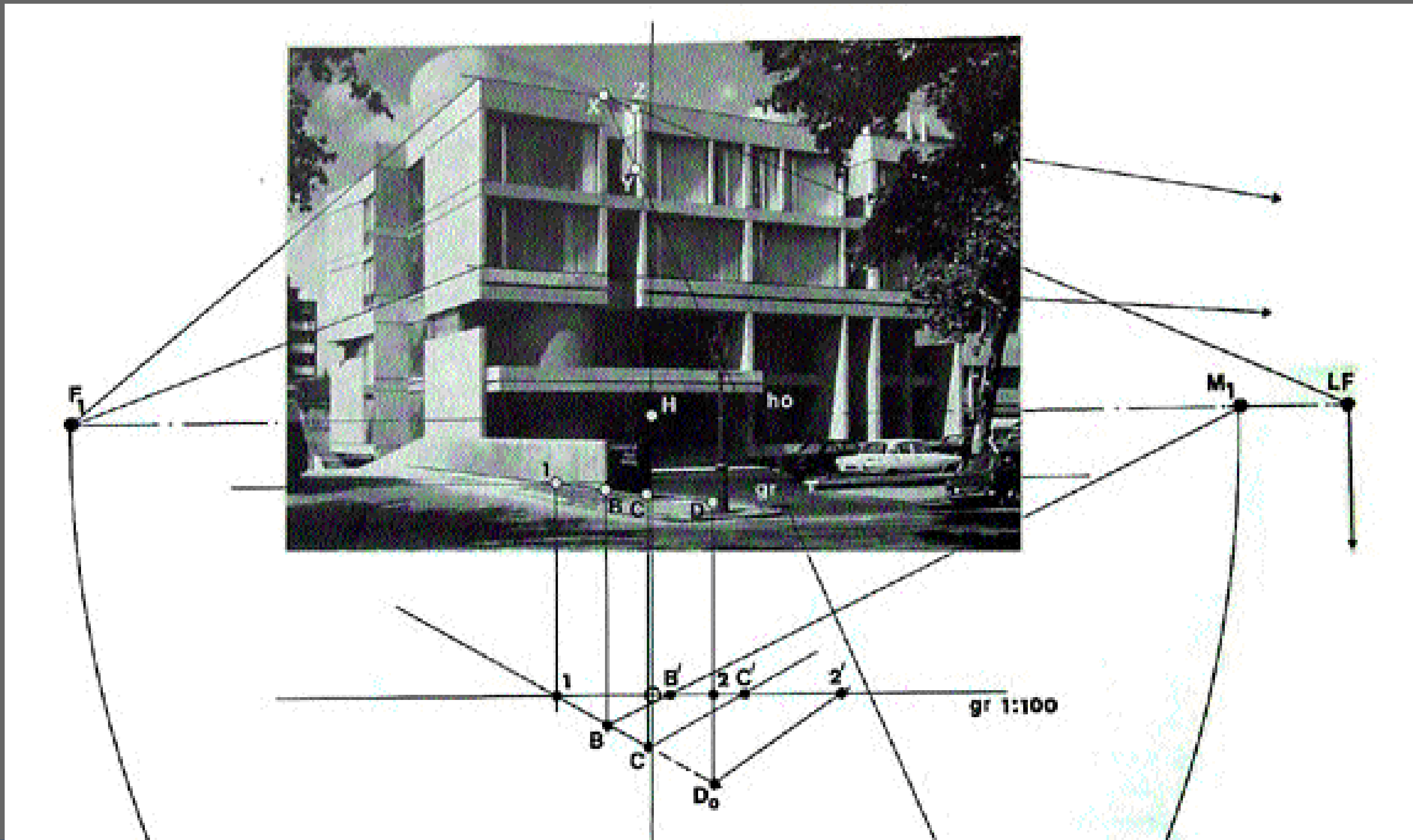


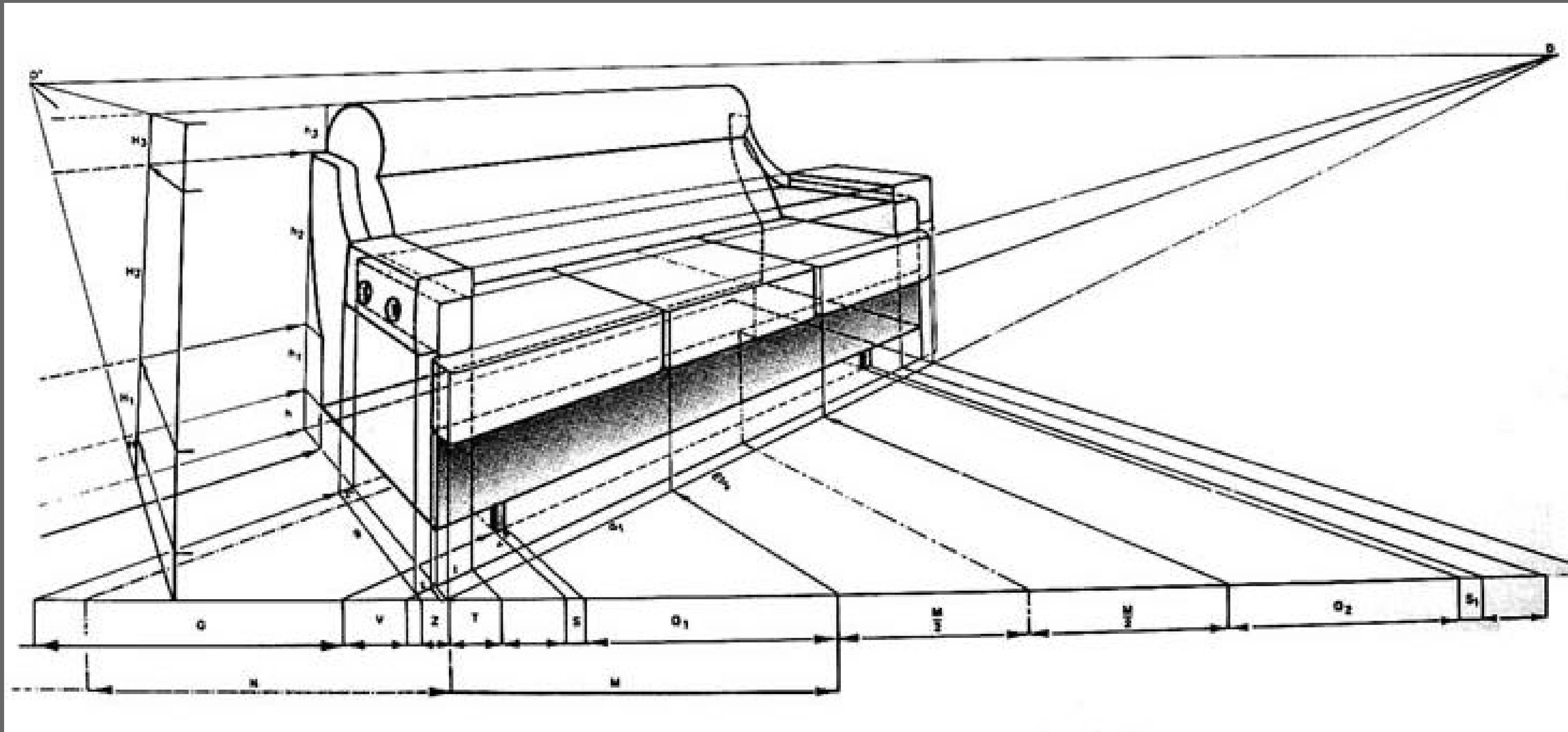
Konstuktion



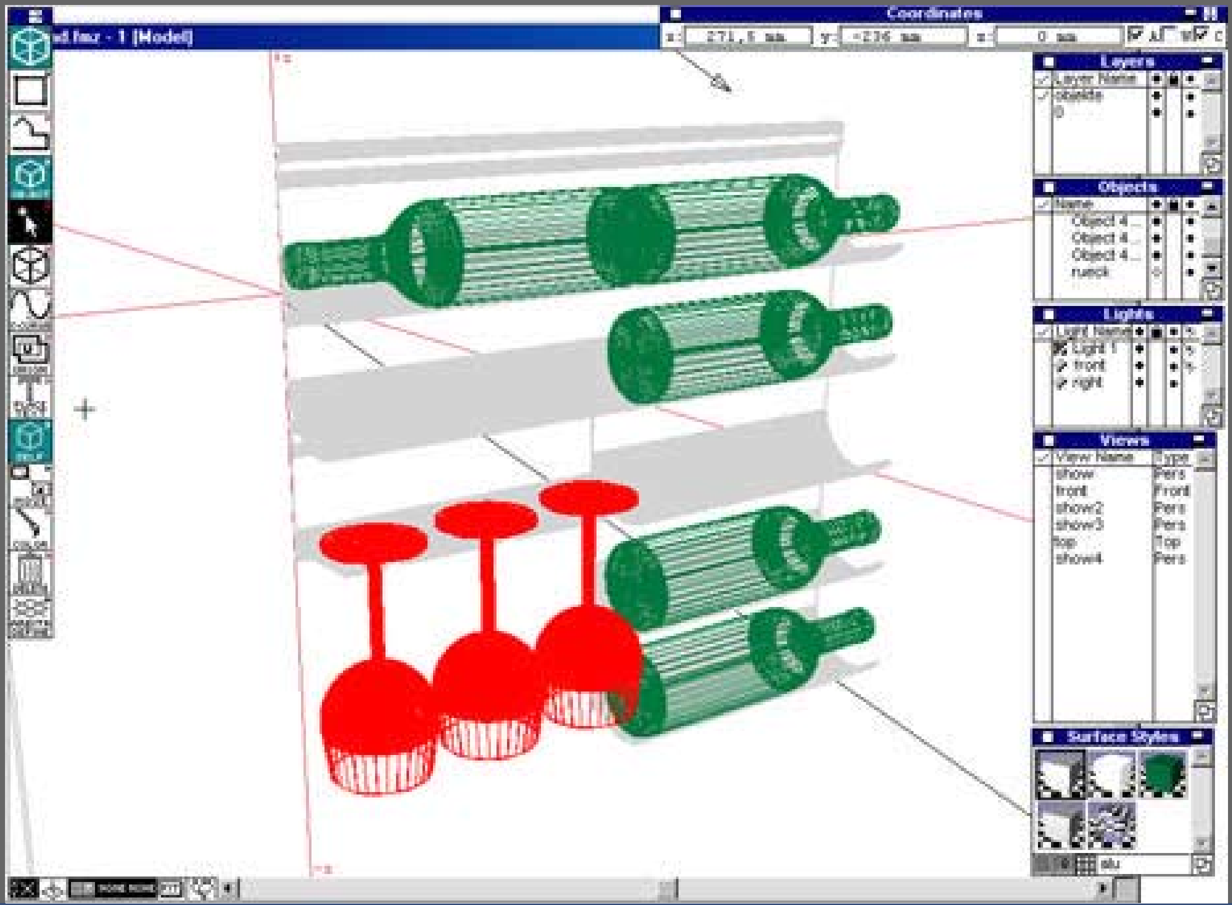
Licht und Schatten




F1
H
ho
M1
LF
gr
1
B
C
D
B'
2
C'
2'
gr 1:100
D0

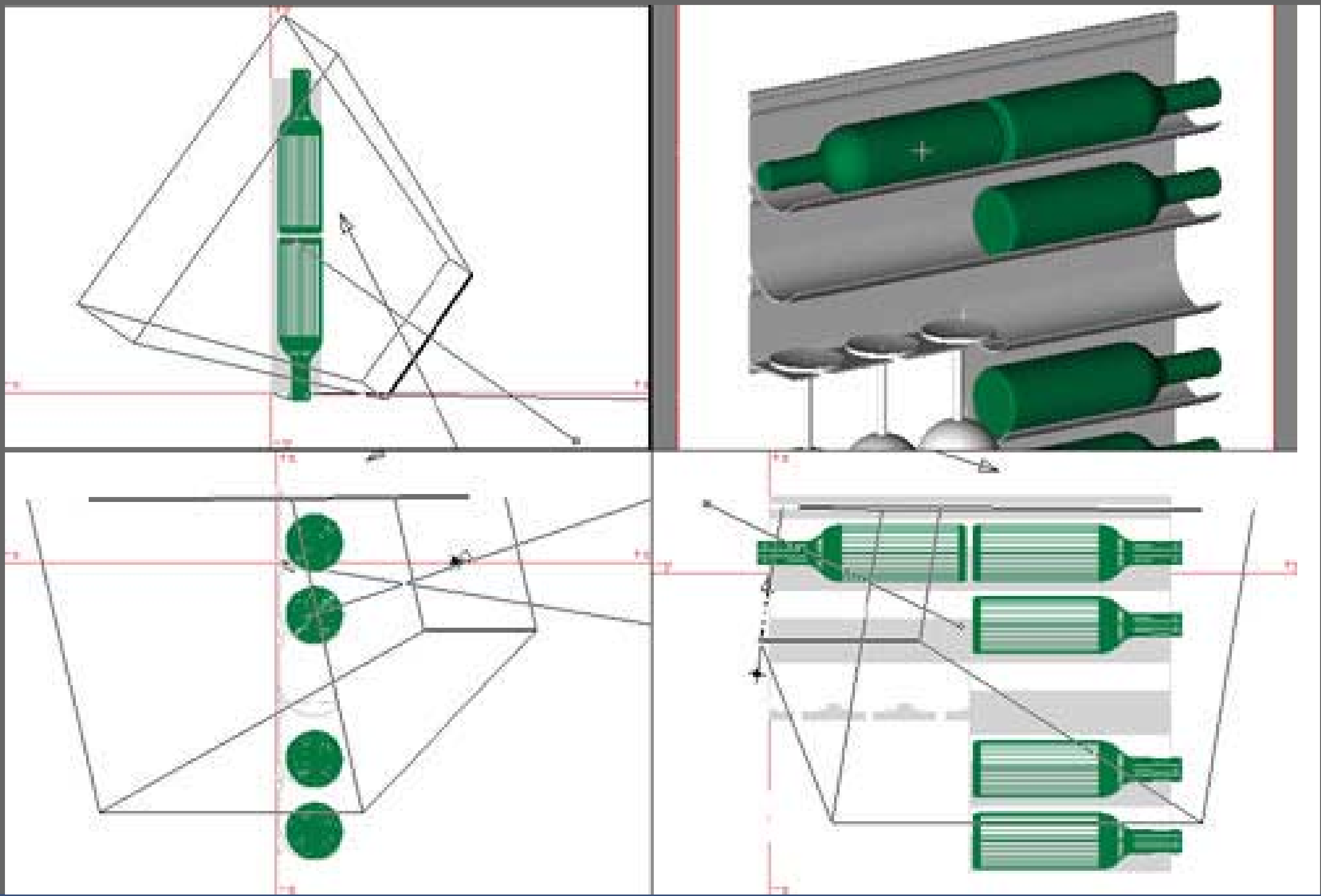

G
V
Z
T
S
N
M

Computer Aided Design



Andrea Quinke - Boris Wachsmann - Ansgar Vollmer

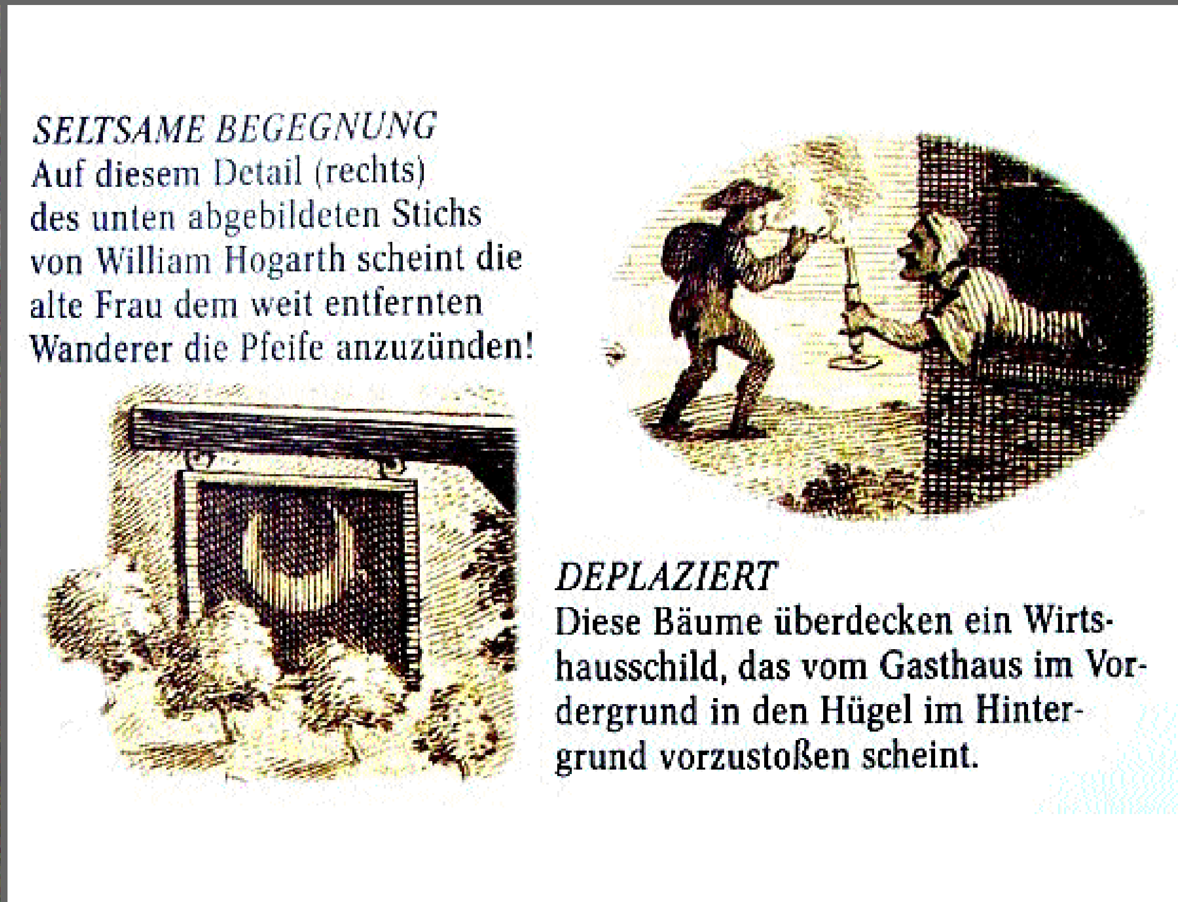
Computer Aided Design



Computer Aided Design

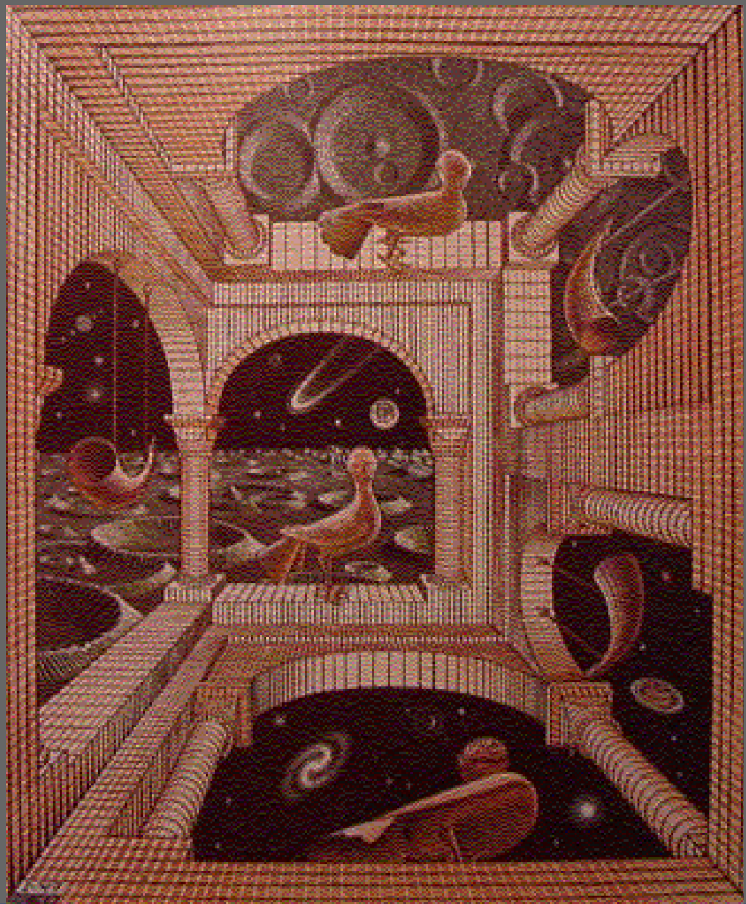
Andrea Quinke - Boris Wachsmann - Ansgar Vollmer

Falsche Perspektive



M.C. Escher

Manipulation der Realität



Andrea Quinke - Boris Wachsmann - Ansgar Vollmer

Wissenschaftliches Seminar
Erklärungs-Modelle
Prof. Dr. Erlhoff
WS 2000/01

Fraktale Geometrie

mathematische Grundlage der Chaos-Theorie

Andrea Quinke - Boris Wachsmann - Ansgar Vollmer

Wissenschaftliches Seminar
Erklärungs-Modelle
Prof. Dr. Erlhoff
WS 2000/01

Woher kommt das Interesse an der fraktalen Geometrie?

Fraktale Geometrie

Die Elemente der fraktalen Geometrie sind mathematische Verfahrensvorschriften.

Küstenlinien und Wolken werden durch das selbe mathematische Modell beschrieben.

Die fraktale Geometrie ist die Wissenschaft von der Struktur.

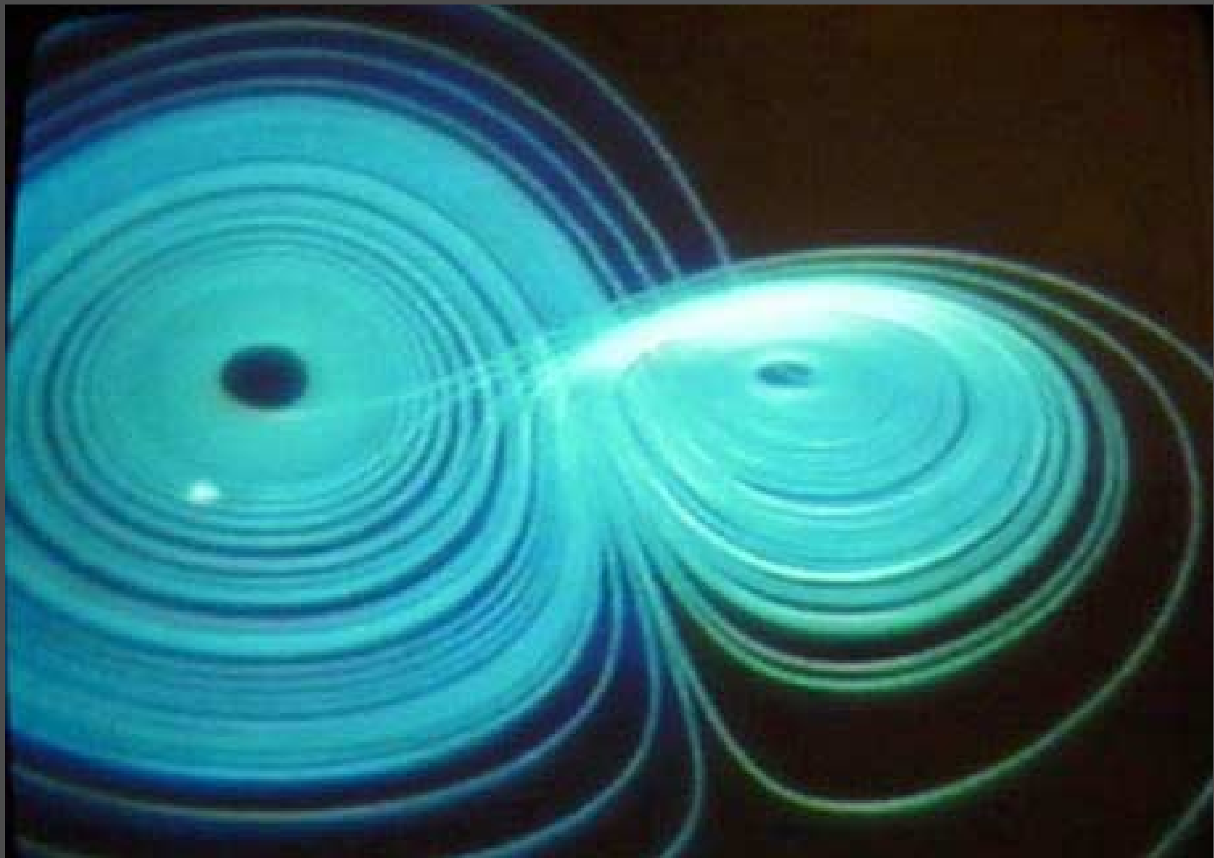
Selbstähnlichkeit ist eine der typischen Eigenschaften eines Fraktals.

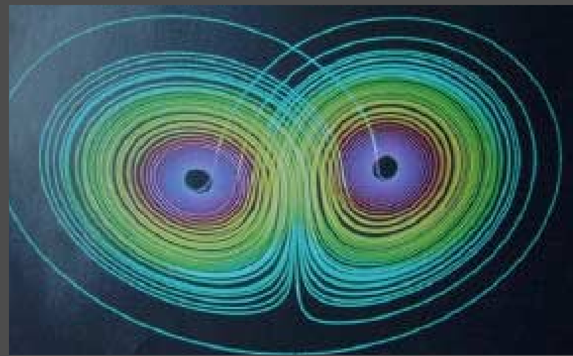
Edward Lorenz - Wettervorhersage

Edward Lorenz - Wettervorhersage

Lorenz-Attraktor

Menge alles Wetterzustände





Warum rüttelte diese Erkenntnis am etablierten Weltbild?

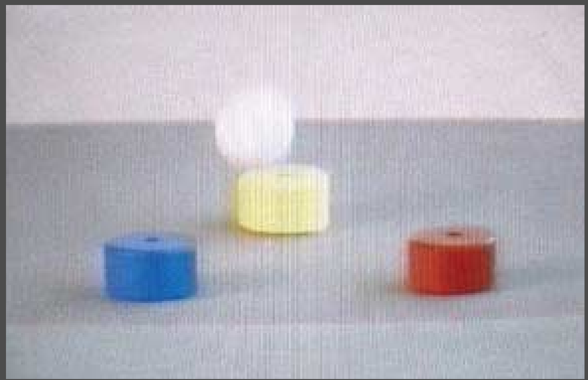
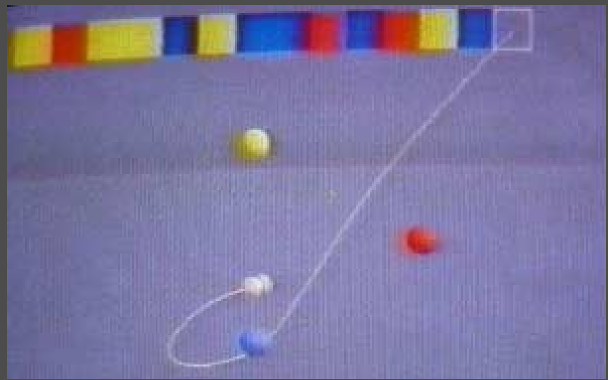
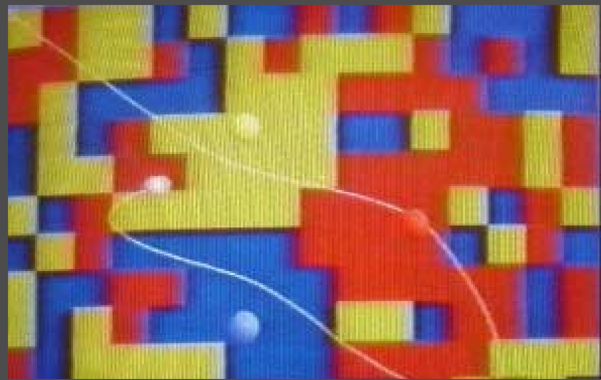
Entwicklungen eines physikalischen Systems können nicht immer berechnet werden.

Prognosen erweisen sich als unbrauchbar.

Chaos ist nicht Ausnahme, sondern typische Eigenschaft der Natur.

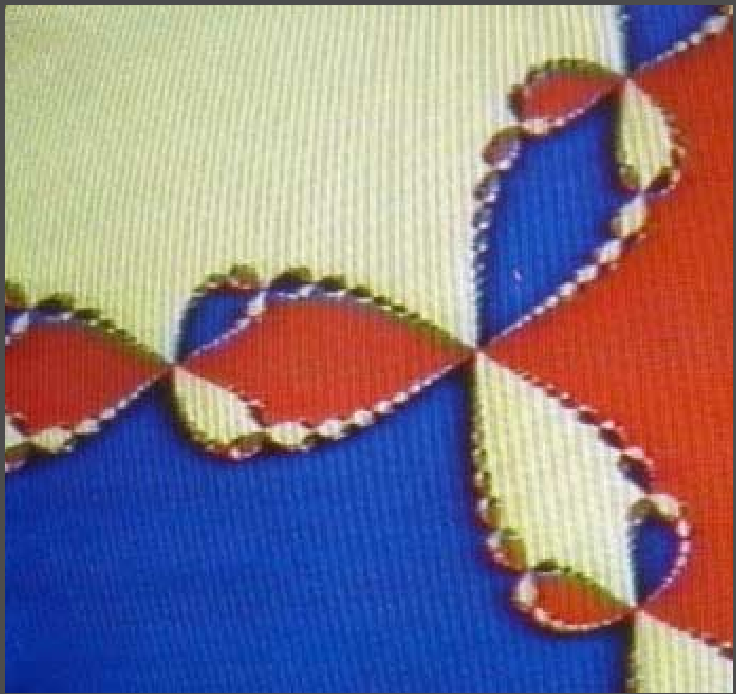
Pendelexperiment

Eisenkugel mit drei Magneten


Newton-Verfahren

Grenzen der Attraktionsgebiete



Benoit B. Mandelbrot

Wie lang ist die britische Küste?

Wie lang ist die britische Küste?

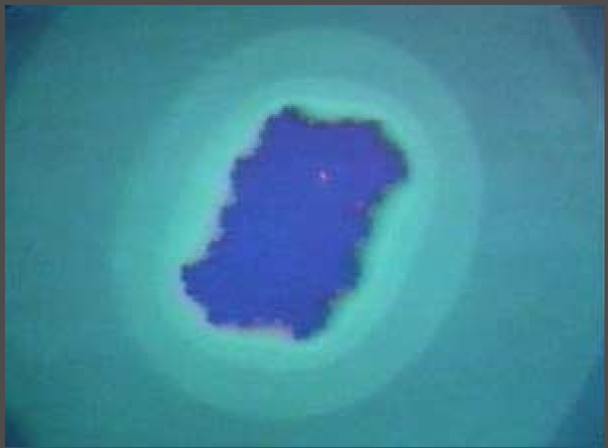
Wie lang ist die britische Küste?

Wie lang ist die britische Küste?

Charakterisierung der Zerklüftung - fraktale Dimension: 1,58

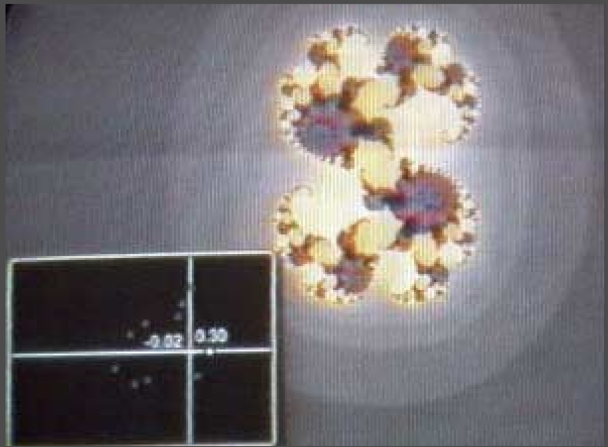
Julia-Menge: fraktale Ränder von Attraktionsgebieten

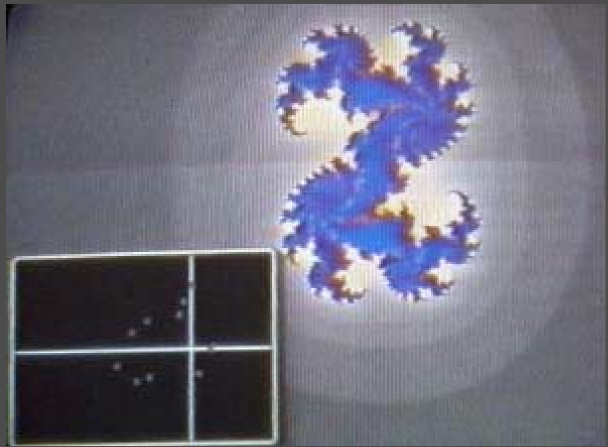
Julia-Menge: fraktale Ränder von Attraktionsgebieten



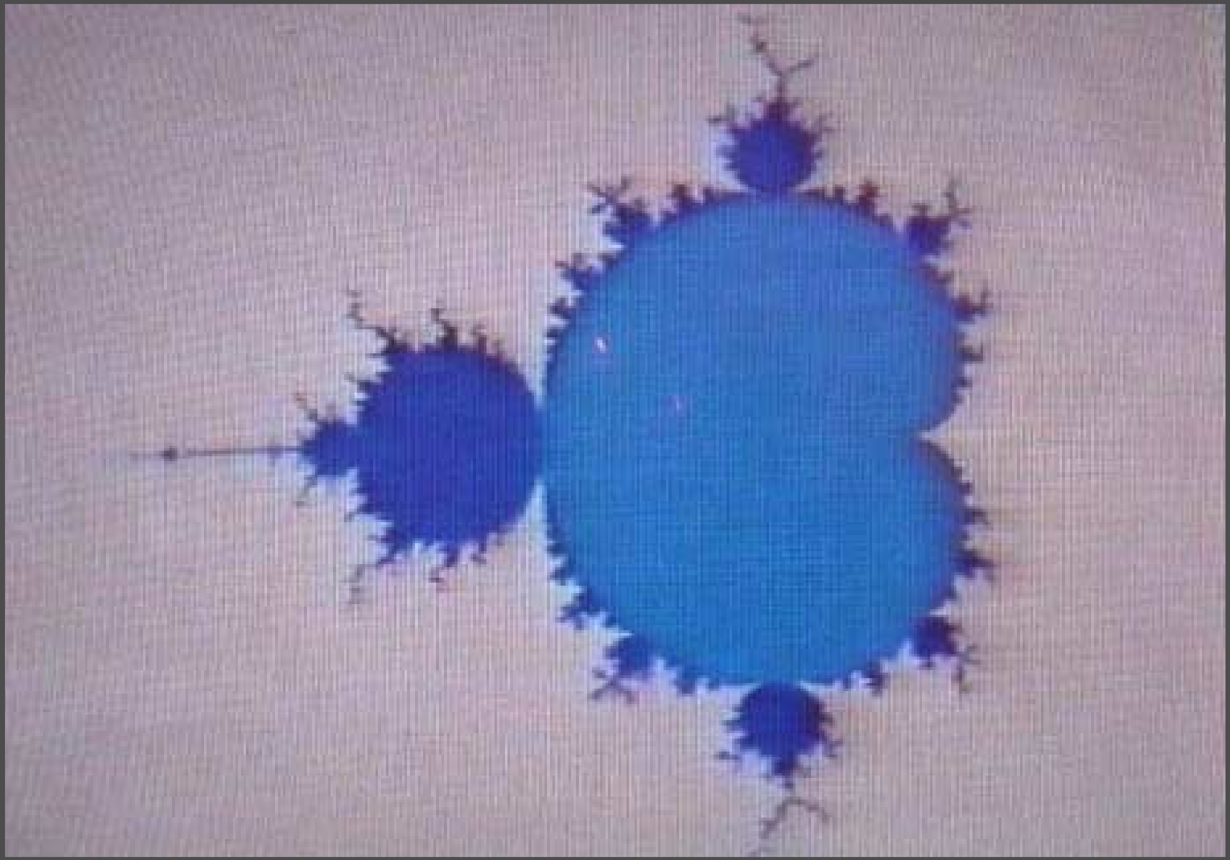
Julia-Menge: fraktale Ränder von Attraktionsgebieten

Julia-Menge: fraktale Ränder von Attraktionsgebieten

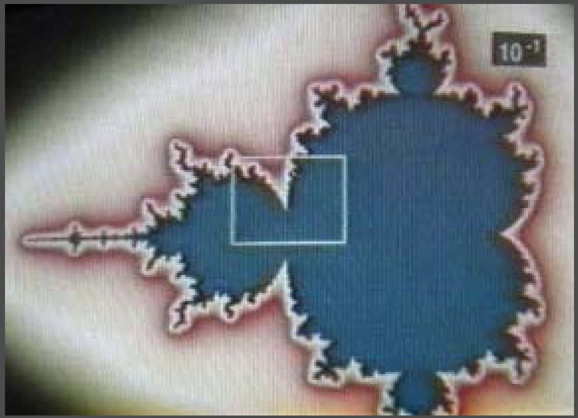


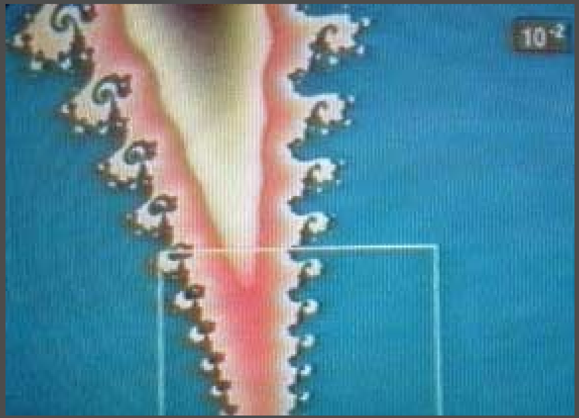


Mandelbrot-Menge



Mandelbrot-Menge und Julia-Menge





Fraktale Geometrie