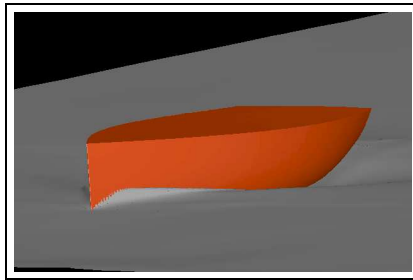
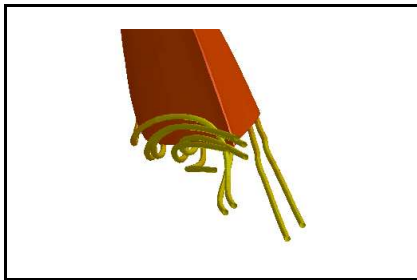


**„Numerische Modellierung der zähen
Umströmung eines Schleppmodells im
Schleppversuch am Beispiel der 10 Meter
Messsegelyacht DYNA“**



**Gruppendiplomarbeit im Prüfungsfach:
CFD - Methoden für maritime Systeme**

vorgelegt von:

Pascal Anschau, Matr.-Nr.: 182739

Sebastian Schröder, Matr.-Nr.:180654

Aufgabenstellung: Prof. Dr. Kai Nagel

Betreuung: Dr. Carl-Uwe Böttner

Institut für Land- und Seeverkehr

TU Berlin

1. März 2006

Die selbständige und eigenhändige Anfertigung versichern wir an Eides statt.

Berlin, den 1. März 2006

Inhaltsverzeichnis

Tabellenverzeichnis	vii
Abbildungsverzeichnis	ix
Zusammenfassung	x
Verwendete Symbole	xi
1 Einleitung	1
2 Schleppversuche im Modellmaßstab	4
2.1 Widerstandsmessung	4
2.1.1 Versuchsaufbau	4
2.1.2 Versuchsdurchführung	5
2.2 Auswertung Schleppversuche	6
2.2.1 Bestimmung des Reibungswiderstandes nach ITTC 57	9
2.2.2 Bestimmung des Formfaktors nach Prohaska	9
2.3 Fehlerabschätzung	11
3 Theoretische Grundlagen	14
3.1 Teilschritte Simulation	14
3.1.1 Auswahl des mathematischen Modells	14
3.1.2 Diskretisierung der Gleichungen	15
3.1.3 Preprocessing: Diskretisierung des Rechengebietes	15
3.1.4 Durchführung der Berechnungen	15
3.1.5 Visualisierung und Auswertung	16
3.1.6 Validierung der Ergebnisse	16
3.2 Grundgleichungen	16
3.2.1 Herleitung der Transportgleichungen	16
3.2.2 Substantielle und Strömungsfeldgrößen	16
3.2.3 Kontinuitätsgleichung	17
3.2.4 Navier - Stokes -Gleichungen	17
3.2.5 Boussinesq - Gleichung	18
3.2.6 Stokes - Gleichungen	19
3.3 Turbulente Strömungen	19
3.3.1 Direkte Numerische Simulation	19
3.3.2 Grobstrukturmodellierung, Large Eddy Simulation	20
3.3.3 Reynoldsgleichungen, Reynolds Averaged Navier - Stokes	20

3.3.4	Turbulenzmodelle	21
	Wirbelviskositätsmodelle	21
	Reynoldsspannungsmodelle	26
3.4	Reibungsfreie Fluide	26
3.4.1	Euler - Gleichungen	26
3.4.2	Potentialgleichungen	26
3.5	Diskretisierung der Gleichungen	27
3.5.1	Finite - Differenzen -Methode	27
3.5.2	Finite - Volumen - Methode	27
	Approximation der Oberflächenintegrale	28
	Approximation der Volumenintegrale	31
	Approximation des Zeitterms	32
	Approximationsfehler	33
3.5.3	Finite - Elemente -Methode	33
3.6	Randbedingungen	34
3.6.1	Dirichlet - Randbedingungen	34
3.6.2	Neumann - Randbedingungen	34
3.6.3	Periodische Randbedingungen	34
3.7	Konvergenz	35
3.8	Volume of Fluid - Methode	36
4	Erzeugung des Rechengitters	40
4.1	Verwendete Software	40
4.2	Diskretisierung Rechengebiet	41
4.2.1	Gittertopologie	41
4.2.2	Berandung des Rechengebietes	45
4.2.3	Erzeugung der Kontrollvolumina	47
4.2.4	Gittererzeugung an stark gekrümmten Konturen	48
4.3	Beurteilung des Gitters	49
4.3.1	Qualitätskriterien im Preprocessing	49
4.3.2	Qualitätskriterien im Postprocessing	55
4.4	Eckdaten der Gittererzeugung	57
5	Simulationsrechnungen	58
5.1	Hard- und Software- Umgebung	58
5.1.1	Hardware	58
	CPUs	58
	RAM	59
	Massenspeicher	59
5.1.2	Software	60
	Der LoadLeveler	60
5.1.3	Grenzen des „Parallel Computing“	61
	Amdahls Gesetz	61
	Grenzen des „Speed - Up“	62
5.1.4	Performanz der Simulationen	62

5.2	Durchführung der Rechnungen	63
5.2.1	Prinzipielle Vorgehensweise	63
5.2.2	Simulationsparameter	64
5.2.3	Modellierung der Viskosität	64
5.2.4	Unterschied stationäre/instationäre Rechnung	65
5.2.5	Verwendete Randbedingungen	65
6	Validierung der Simulationen	67
6.1	Darstellung der Ergebnisse	67
6.1.1	Schleppwiderstand	67
6.1.2	Querkräfte in angestellter Fahrt	67
6.1.3	Wellenbild	70
6.2	Bewertung der Ergebnisse	74
6.2.1	Viskose Kräfte	74
6.2.2	Abhängigkeit der Druckkräfte von der Simulationsdauer	76
6.2.3	Gitterabhängigkeit	81
7	Resumee und Ausblick	82
A	Tabellen	84
B	Abbildungen zu den Schleppversuchen	86

Tabellenverzeichnis

2.1	Messunsicherheit Schleppversuche	13
3.1	Konstanten im Standard - $k - \varepsilon$ - Modell	24
4.1	Grenzschichtdicken	57
5.1	Benutzte LoadLeveler-Klassen	60
5.2	Unterrelaxationsfaktoren	65
A.1	Hydrodynamische Beiwerte	84
A.2	Versuchsprogramm und Ergebnisse	85
A.3	Messungen und Simulationen	85

Abbildungsverzeichnis

2.1	Prinzipskizze Widerstandsversuch	5
2.2	Gemessener Gesamtwiderstand	7
2.3	Koeffizienten C_T , C_V , C_R	8
2.4	Kurve Kinem. Viskosität	10
2.5	Prohaska-Plot	11
3.1	Im Mittel stationäre (l.) bzw. instationäre (r.) Strömung.	20
3.2	Gültigkeitsbereich des Logarithmischen Wandgesetzes	25
3.3	Rechengitter für Finite - Differenzen - Methode	28
3.4	Rechengitter für Finite - Volumen - Methode	29
3.5	Approximation mittels UDS - Verfahren	30
3.6	Approximation mittels CDS - Verfahren	31
3.7	Approximation mittels QUICK - Verfahren	32
3.8	Darstellung der Donor - bzw. Acceptorzelle beim VOF - Modell	37
4.1	Netzstruktur	42
4.2	Beispiel H-Gitter	43
4.3	Beispiel O-Gitter	43
4.4	Beispiel C-Gitter	44
4.5	Unstrukturiertes Gitter	45
4.6	Querschnitt Schleppkanal	46
4.7	Blockunterteilung Kanal	48
4.8	Blockunterteilung Modell	49
4.9	Kielboden H-Gitter, O-Gitter	50
4.10	Spiegel H-Gitter, O-Gitter	51
4.11	Bug H-Gitter, O-Gitter	52
4.12	Histogramm der Winkel	53
4.13	Seitenverhältnis > 100	54
4.14	O-Gitter Kielwurzel	56
5.1	Resource-Map des HLRN	59
5.2	Grenzen des Speed-Up	62
5.3	Speed-Up	63
5.4	Unrealistische Bugwelle	66
5.5	Deformierte Oberfläche	66
6.1	Vergleich der ermittelten Kräfte	68

6.2	Vergleich Wandabstand	69
6.6	Auswahl VOF - Wert	70
6.3	Vergleich Querkraft	71
6.4	Kielwirbel	71
6.5	Druckverteilung Kiel	72
6.7	Vergleich Wellensystem $1.095\frac{m}{s}$	73
6.8	ΔF_V	74
6.9	Druck- und Geschwindigkeitsverteilung	75
6.10	Widerstandskoeffizient über Flowtime	76
6.11	Übergeschwindigkeit am Lufteinlass	77
6.12	Asymmetrische Druckverteilung	79
6.13	Verletzte Randbedingung	80
6.14	Gitterabhängigkeit	81
B.1	Messsegelyacht	86
B.2	Standardkiel	87
B.3	Kraftmesswaage Schleppversuch	88
B.4	DYNA am Schleppwagen	89
B.5	Vergleich Wellensystem $2.067\frac{m}{s}$	90
B.6	Vergleich Wellensystem $2.31\frac{m}{s}$	91
B.7	Vergleich Wellensystem $2.553\frac{m}{s}$	92

Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit möchte einen Beitrag zur Entwicklung eines „numerischen Schlepptanks“ leisten. Nach einer zusammenfassenden Darstellung der theoretischen Grundlagen wird für das Modell der Messsegelyacht DYNA zunächst ein dreidimensionales Rechengitter erstellt, mit dem mittels des kommerziellen Löfers FLUENT für verschiedene Geschwindigkeiten der Widerstand bei freier Flüssigkeitsoberfläche berechnet werden soll. Außerdem wird für angestellte Fahrt der dynamische Gesamtauftrieb von Rumpf, Kiel und Ruder bestimmt. Für die Validierung der Widerstandsberechnungen werden eigene Schleppversuche durchgeführt. Der in den Simulationen berechnete dynamische Auftrieb wird mit Messergebnissen einer anderen Arbeit verglichen. Die Erfahrungen im Umgang mit der Hard - und Software eines Massiv - Parallelrechners werden kurz erläutert. Abschließend wird ein Ausblick auf mögliche weitere Untersuchungsansätze gegeben.

Die Kapitel 2, 4 und Abschnitt 5.1 wurden von Pascal Anschau verfasst, die Kapitel 3 und 5.2 wurden von Sebastian Schröder geschrieben. Alle anderen Kapitel, Gittergenerierung und Rechenergebnisse sind gemeinschaftlich erarbeitet worden.

Verwendete Symbole

A_K	Querschnittsfläche Schleppkanal
A_M	Querschnittsfläche Modell
C_{F0}	Plattenreibungswiderstandsbeiwert
C_L	Auftriebsbeiwert
CPU	“Central Processing Unit“
C_R	Restwiderstandsbeiwert
C_T	Gesamtwiderstandsbeiwert
C_V	Viskoser Widerstandsbeiwert
C_W	Wellenwiderstandsbeiwert
η	Dynamische Viskosität
Fn	Froudezahl
k	Formfaktor
m_0	Verblockungsfaktor
∇	Nablaoperator
ν	Kinematische Viskosität
RAM	“Random Access Memory“
ρ	Dichte
Rn	Reynoldszahl
R_T	Gesamtwiderstand
s	Schätzwert der Standardabweichung
V_M	Modellgeschwindigkeit
V_W	Schleppwagengeschwindigkeit
y_τ, y^+	Dimensionsloser Wandabstand

1 Einleitung

Motivation

„Computational **F**luid **D**ynamics“ (CFD) wird im Prozess des Schiffsentwurfes für die verschiedensten Problemstellungen verwendet. Dabei werden Entwurfsfragen aus den folgenden Bereichen in zunehmendem Maße mit CFD - Werkzeugen bearbeitet:

- hydrodynamischer Entwurf
- Schiffsdynamik
- Propellerentwurf
- Auslegung Rohrsysteme
- Belüftung Maschinenräume
- Klimatisierung der Wohn- und Arbeitsbereiche
- Kühlanlagen
- Schlingerdämpfungsanlagen
- Verbrennungsprozesse im Motor
- Fluchtwegeplanung
- etc.

Während im Rahmen des hydrodynamischen Entwurfes vor 1960 zunächst einfache tiefgetauchte rotationssymmetrische Körper mit potentialtheoretischen Methoden berechnet wurden, standen in den 70-er Jahren bereits Werkzeuge zur potentialtheoretischen Berechnung linearer freier Oberflächen in Kombination mit Grenzschichtrechnungen zur Verfügung. Über Panelmethoden für nichtlineare freie Oberflächen und RANSE¹ - Berechnungen tiefgetauchter Körper (80-er Jahre) wurden die Programme weiterentwickelt zu zonalen Lösern² bzw. RANSE - Lösern (90-er Jahre), die auch

¹engl.: **R**eynolds-**A**veraged-**N**avier-**S**tokes-**E**quation, dt.: Reynolds-gemittelte Navier-Stokes Gleichung, s. a. Kapitel 3.

²Das im hydrodynamischen Schiffsentwurf verbreitete Software-Paket SHIPFLOW ist ein Beispiel für einen zonalen Löser: Hier wird im Nahbereich des Rumpfes mit Grenzschichtgleichungen gearbeitet, im Fernbereich mit einem potentialtheoretischen Verfahren, und im Bereich des Hinterschiffes wird ein RANSE - Verfahren zur Berechnung der dort hoch turbulenten bzw. abgelösten Strömung verwendet.

mehrphasige Strömungen mit freier Oberfläche modellieren können.

Die Entwicklung eines numerischen Schlepptanks stellt sowohl in ökonomischer als auch methodischer Hinsicht eine sehr interessante Alternative zum klassischen Schleppversuch dar, der bei neuen Schiffsentwürfen immer noch unabdingbar ist. Gegenüber der Fertigung eines oder gar mehrerer Schleppmodelle besticht die numerische Bewertung eines Entwurfes durch die Flexibilität und die mögliche Kosten- und Zeitersparnis. Insbesondere würde die Verwendung automatisch generierter Rechengitter im Zusammenspiel mit parametrischer Geometrie-Variation die Entwicklung von durchgängig mit dem Computer optimierten Schiffsentwürfen gestatten. Die mittlerweile verfügbare Rechenleistung von Massiv-Parallelrechnern macht auch die Berechnung größerer Strömungsgebiete bzw. Strukturen möglich, wobei allerdings die Berechnung eines großen Schiffes im Originalmaßstab bisher nur bedingt möglich bzw. ökonomisch sinnvoll ist.

Zielsetzungen

Auf dem Weg zur Entwicklung eines solchen numerischen Schlepptanks soll in der vorliegenden Arbeit die numerische Simulation eines Modellschleppversuchs im physikalischen Schleppkanal durchgeführt werden. Anhand des Modells der Messegelyacht DYNA wird dazu im Maßstab 1:1 ein Rechengitter mitsamt einem Abschnitt des Schleppkanals der ehemaligen „Zentraleinrichtung Versuchsanstalt für Wasserbau und Schiffbau“ (ZE VWS) der Technischen Universität Berlin erstellt. Die Simulationsrechnungen werden auf einem Massiv-Parallelrechner des Hochleistungsrechenzentrum Nord (HLRN) durchgeführt; dabei wird die kommerzielle Software FLUENT eingesetzt.

Weit verbreitet wird bisher so verfahren, dass der Schiffswiderstand (als die wegen der notwendigen Antriebsleistung zunächst interessierende Größe) auch in der numerischen Simulation in den Anteil des Wellenbildwiderstandes und den Anteil des viskosen Widerstandes unterteilt wird³. Dabei wird der Widerstand aus der Erzeugung des Schiffswellensystems mit potentialtheoretischen Methoden gerechnet, während der Zähigkeitswiderstand ohne verformte Oberfläche mit RANSE-Lösern berechnet wird. Für eine Lösung, die die Wechselwirkung von Schiffswellensystem und Geschwindigkeitsprofil infolge der Hauptströmung berücksichtigt, kann z. B. ein erweitertes RANSE-Verfahren verwendet werden, bei dem die Verformung der freien Oberfläche berechnet wird. In der vorliegenden Arbeit wird dieser Ansatz verfolgt, wobei zur Simulation der freien Oberfläche die sog. VOF-Methode („Volume Of Fluid“) benutzt wird (s. Abschnitt 3.8).

Die Validierung der für verschiedene „Schlepp“geschwindigkeiten erhaltenen Berechnungsergebnisse wird anhand eigens durchgeführter Schleppversuche vorgenommen. In der Bewertung der Rechenergebnisse werden zunächst die berechneten Widerstands-

³Die Analogie zu Froude's Hypothese entsteht hier nicht aus dem Versuch einer numerischen Abbildung dieser Hypothese, sondern aus den Berechnungsmodellen: Der Anteil der zähen Kräfte in der Wellenströmung des Schiffswellensystems wird als vernachlässigbar klein gegenüber dem Anteil der Trägheitskräfte angesehen. Demgegenüber werden die *viskosen* Kraftanteile der Schiffsumströmung als nur wenig beeinflusst von den Verformungen der freien Oberfläche angesehen.

werte mit den gemessenen verglichen und die Ursachen für Abweichungen diskutiert. Außerdem wird ein Vergleich gezogen mit den Ergebnissen der Berechnung des viskosen Widerstandes nach ITTC - Richtlinien.

Für eine ausgewählte Geschwindigkeit soll der dynamische Auftrieb des Modells für einen kleinen Anstellwinkel berechnet werden. Hier erfolgt die Validierung mit den Ergebnissen einer früher am Institut für Land - und Seeverkehr durchgeführten Studie zur Leistungsfähigkeit von Flachkielen ([Stück, 2003]).

2 Schleppversuche im Modellmaßstab

2.1 Widerstandsmessung

2.1.1 Versuchsaufbau

Zur Validierung der Simulationsergebnisse wurden im Schleppkanal der ehemaligen „Zentraleinrichtung Versuchsanstalt für Wasserbau und Schiffbau“ (ZE VWS) der Technischen Universität Berlin Schleppversuche mit einem Modell der DYNA¹ durchgeführt (s. a. Abbildung B.4). Der Kanal hat eine Länge von 250 m, eine Breite von 8 m und eine Tiefe von 4.8 m, bei einem rechteckigen Querschnitt. Das Modell ist aus Holz und im Maßstab 1:2.5 gefertigt. Von den drei existierenden Kielvarianten wird der Standardkiel verwendet (s. Abb. B.2), der der Großausführung einen Tiefgang von 2.05 m gibt. Das Ruder kann entfernt oder winkelgenau eingestellt werden.

Der Schleppwagen kann mit einer Geschwindigkeit von bis zu $12 \frac{m}{s}$ gefahren werden, bei einer maximalen Schwankung der Geschwindigkeit von $1 \frac{mm}{s}$.

Das Modell wird mit beweglichen Führungen in Kurs gehalten. Der Trimm des Modells bzw. die Tauchung an Bug und Heck wird mit Faden-Weggebern gemessen, die jeweils eine Zugkraft von ca. 3 N auf das Modell aufbringen.

Der Widerstand wird gemessen, indem auf eine Vorrichtung verschiedene Gewichte aufgelegt werden, deren Gewichtskraft über ein System aus zwei Umlenkrollen auf das Modell aufgebracht wird. In diese Vorrichtung ist ausserdem eine elektronische Ein-Komponenten-Waage integriert, die die Differenzkraft $F_{1K-Waage}$ zwischen der Gewichtskraft der Gewichte F_G und der tatsächlichen Widerstandskraft R_T misst. Die Summe aus Gewichtskraft und an der Ein-Komponenten-Waage gemessenen Kraft entspricht der Widerstandskraft des Modells:

$$R_T = F_G + F_{1K-Waage}$$

Eine Prinzipskizze der Vorrichtung ist in Abb. 2.1 dargestellt; ein Foto befindet sich im Anhang (Abb. B.3). Durch die Anordnung der Federn in der Messvorrichtung können die Schwankungen in der Fahrtgeschwindigkeit des Schleppwagens kompensiert werden.

¹Die DYNA ist eine auch als „Segeldynamometer“ bekannte Messyacht (s. Abb. B.1 im Anhang). In dieser Yacht können sämtliche am Rumpf wirkenden Kräfte ermittelt werden ([Hochkirch, 2000]).

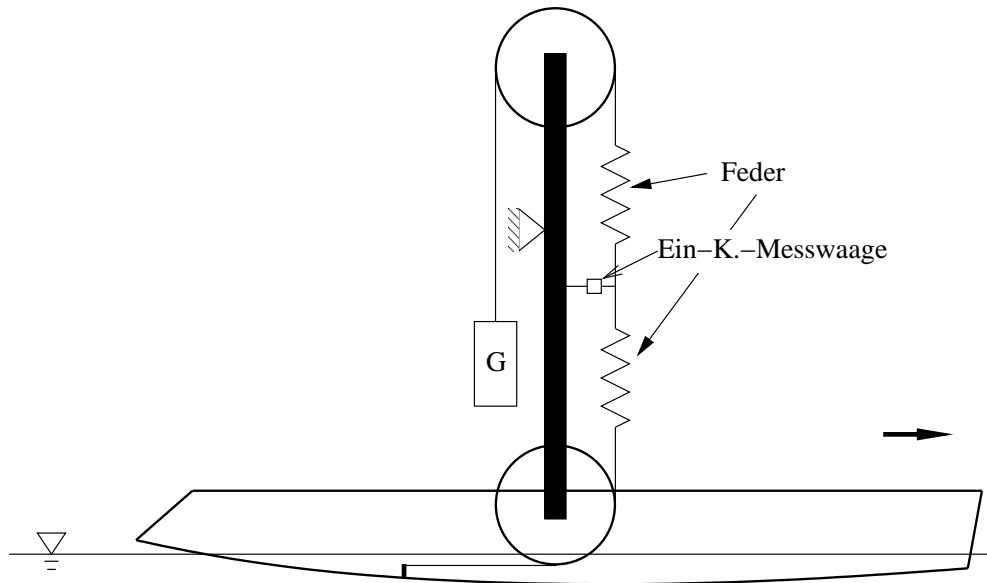


Abb. 2.1: Prinzipskizze der Vorrichtung zum Messen der Widerstandskraft im Schleppversuch.

2.1.2 Versuchsdurchführung

Das durchgeführte Versuchsprogramm (s. Tabelle A.2) beinhaltete nur Fahrten mit 0° Anstellung des Modells, da nur der reine Widerstand in Vorwärtsfahrt gemessen werden sollte. Die Validierung der Simulationsrechnung mit Anstellung des Modells zur Bestimmung des dynamischen Auftriebs des Kiels bzw. des ganzen Bootes wird später mittels der in [Stück, 2003] angegebenen Auftriebsgradienten durchgeführt. Im Einzelnen wird der Widerstand für die in Tabelle A.2 aufgeführten Geschwindigkeiten ermittelt. Die ersten fünf Geschwindigkeiten dienen der Bestimmung des Formfaktors nach der Methode von Prohaska bei der Berechnung des viskosen Widerstandes nach den Richtlinien der ITTC 1957 (s. Abschnitt 2.2).

Bei den in [Stück, 2003] beschriebenen instationären Driftversuchen, deren Ergebnisse zur Validierung der Simulationsrechnung mit angestelltem Boot herangezogen werden sollen, wurde dem Modell mittels Trimmgewichten eine leicht vertrimmte Schwimmlage aufgeprägt. Zur Begrenzung der Anzahl der Gittervarianten in den Simulationsrechnungen und zur besseren Vergleichbarkeit der Ergebnisse wurde daher versucht, in den hier durchgeführten Schleppversuchen die gleiche Schwimmlage wie in den genannten Driftversuchen herzustellen. Dazu wurde vor Beginn der Messungen die gewünschte Schwimmlage (0.2 Grad negativer Trimm) mit insgesamt $G_{Trim,0} = 140$ kg Trimmgewichten eingestellt und die am Bug und Heck befestigten Weggeber auf Null gestellt. Zu Beginn jeder Messfahrt wurde der entstehende dynamische Trimm durch Verschieben bzw. Wegnahme von Gewichten (s. letzte Spalte in Tabelle A.2) ausgeglichen und

so die Soll-Schwimmlage annähernd wiederhergestellt. Die Abweichung von der Ausgangsschwimmlage beträgt maximal 0.033 Grad (Spalte $|\Delta Trimm|$ in Tabelle A.2); diese Abweichung dürfte das Ergebnis nur in vernachlässigbar geringem Maße beeinflussen.

Da die Schwimmlage eingestellt wurde, kann auch die Kraft der Weggeber auf das Modell vernachlässigt werden. Ebenso wurde der Reibungswiderstand der Umlenkrollen vernachlässigt.

Bei den höheren Geschwindigkeiten zeigte sich eine leichte dynamische Krängung, verursacht durch eine nicht exakte Ausrichtung des Modells in Fahrtrichtung. Die Krängung wurde ebenfalls durch Verschieben der Trimmgewichte ausgeglichen. Der an Kiel und Ruder entstehende induzierte Widerstand muss in Kauf genommen werden, da für eine exakte Ausrichtung des Modells sowohl die technischen als auch die zeitlichen Ressourcen fehlten.

An den entfernten Trimmgewichten ist im übrigen die beträchtliche Druckkraft abzulesen, die zur dynamischen Tiefertauchung führt. Die 70 kg in der letzten Messung entsprechen immerhin ca. 1100 kg in der Großausführung ($70 \text{ kg} * \lambda^3 = 70 \text{ kg} * 15.625 = 1093.75 \text{ kg}$).

2.2 Auswertung des Schleppversuchs nach ITTC - Richtlinien

Der Verlauf des Widerstandes aus den Schleppversuchen ist in Abbildung 2.2 dargestellt. Nach Froudes Hypothese setzt sich der Gesamtwiderstand R_T eines Schiffes zusammen aus dem Reibungswiderstand R_{F0} und dem Restwiderstand R_R :

$$R_T = R_{F0}(Rn) + R_R(Fn) \quad (2.1)$$

Dabei ist der Reibungswiderstand eine Funktion der Reynoldszahl:

$$Rn = \frac{v * L}{\nu} \quad \text{hier:} \quad Rn = \frac{V_M * L_{WL}}{\nu} \quad (2.2)$$

und der Restwiderstand eine Funktion der Froudezahl:

$$Fn = \frac{v}{\sqrt{g * L}} \quad \text{hier:} \quad Fn = \frac{V_M}{\sqrt{g * L_{WL}}} \quad (2.3)$$

R_{F0} entspricht dem Reibungswiderstand einer (unendlich) dünnen Platte mit der gleichen benetzten Fläche wie beim Modell bzw. Schiff.

Basierend auf diesem Modell empfiehlt die ITTC die Ermittlung des Widerstandes nach dem Modell:

$$R_T = \underbrace{(1 + k)R_{F0}}_{R_V} + R_R \quad (2.4)$$

k ist der sog. Formfaktor, der dem erhöhten Widerstand aufgrund der 3-dimensionalen Form der Rumpfoberfläche Rechnung trägt; sowohl Reibungs- als auch Druckkräfte

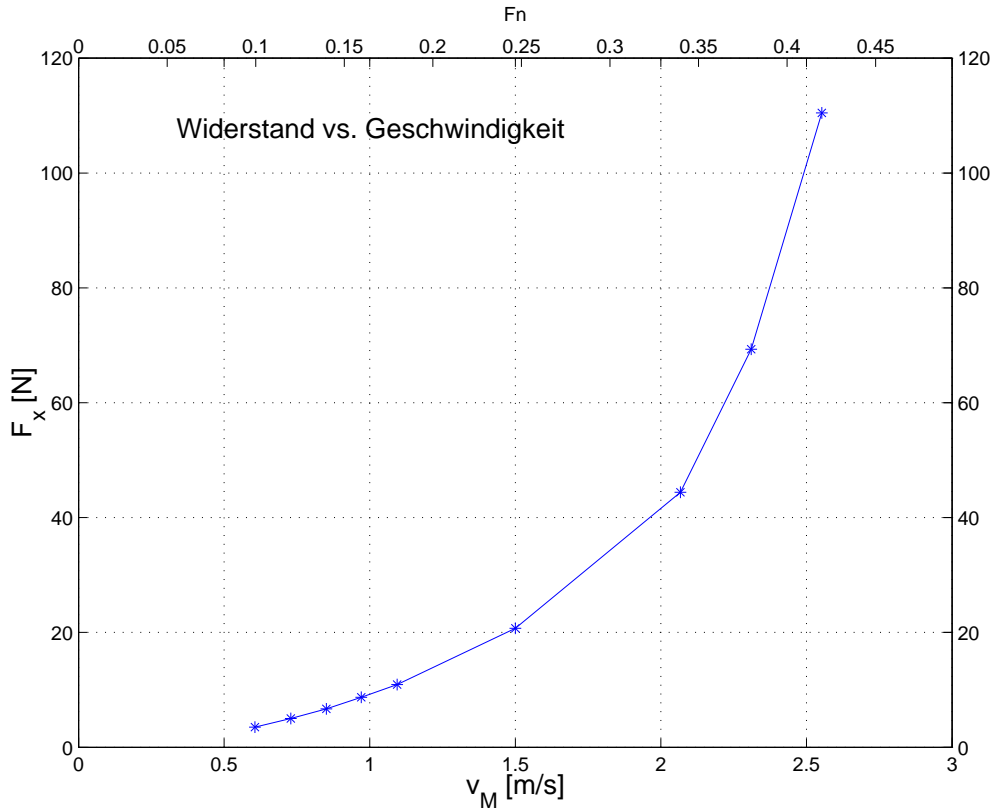


Abb. 2.2: Verlauf des gemessenen Gesamtwiderstandes des Modells.

ändern sich infolge der Rumpfform und der sich ausbildenden Grenzschicht. Der Restwiderstand entsteht zum überwiegenden Teil aus der Erzeugung des Schiffswellensystems. Zusätzlich entsteht bei Segelyachten - abhängig von der jeweiligen Schwimmlage - weiterer Widerstand infolge von Krängung, Trimm und induziertem Widerstand von Ruder und Kiel.

In Koeffizienten ausgedrückt ergibt sich:

$$C_T = C_V + C_R = \underbrace{(1 + k) * C_{F0}}_{C_V} + C_R \quad (2.5)$$

Abbildung 2.3 gibt den Verlauf der Koeffizienten wieder. I. A. wird der Formfaktor mit den Ergebnissen von Schleppversuchen ohne Anhänge ermittelt. Nach [SNAME, Recommended Procedures] ist es jedoch zulässig, die Versuche *mit* Anhängen durchzuführen, wenn explizit darauf hingewiesen wird. Aus folgenden Gründen wird daher die Ermittlung des Widerstandes mit Anhängen durchgeführt:

- Die Simulationsrechnungen werden mit dem ganzen Modell gerechnet.

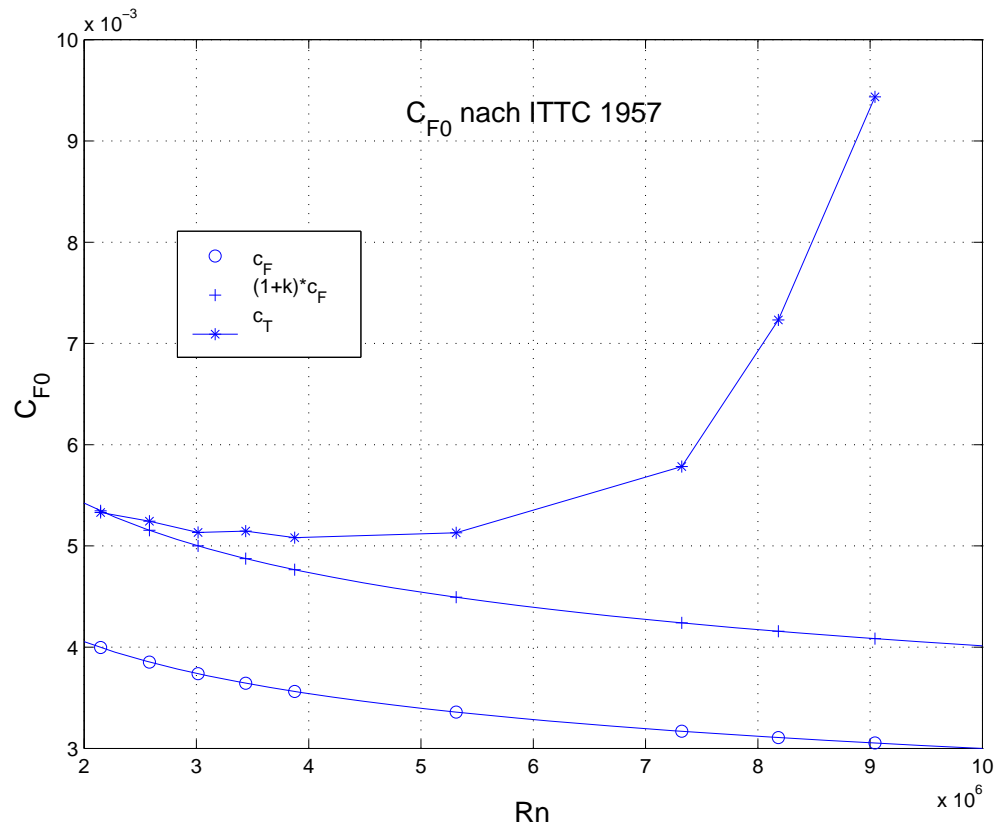


Abb. 2.3: Dimensionslose Koeffizienten von Gesamtwiderstand, viskosem Widerstand und Restwiderstand.

- Die Simulationen sollen mit real gemessenen, nicht extrapolierten Werten verglichen werden.
- Der Kiel wird wegen seiner 3-dimensionalen Form ebenso wie der Rumpf einen höheren viskosen Widerstand erfahren als dem reinen Plattenreibungswiderstand entsprechen würde.
- Der Einsatz einer „kielloser“ Bodenplatte war aus technischen Gründen nicht möglich und dadurch eine Messung ohne Anhänge nicht durchführbar.

2.2.1 Bestimmung des Reibungswiderstandes nach ITTC 57

Der Plattenreibungswiderstandsbeiwert ergibt sich nach den Richtlinien der ITTC 1957 nach der Formel:

$$C_{F0} = \frac{0.075}{(\log_{10} Rn - 2)^2} \quad (2.6)$$

Die kinematische Zähigkeit von Wasser kann mittels folgender Tabelle gewonnen werden:

$T [^{\circ} C]$	$\nu * 10^6 [\frac{m^2}{s}]$
0	1.8
10	1.3
20	1.01
40	0.661
60	0.482
80	0.368
100	0.296

Mit Abbildung 2.4 und der Gleichung für die Interpolationskurve

$$\begin{aligned} \nu = & -5.7 * 10^{-16} * T^5 + 1.8 * 10^{-13} * T^4 - 2.2 * 10^{-11} * T^3 + \dots \\ & + 1.5 * 10^{-9} * T^2 - 6.2 * 10^{-8} * T + 1.8 * 10^{-6} \end{aligned}$$

ergibt sich für die Wassertemperatur von $17.6^{\circ}C$ beim Schleppversuch ein Wert von

$$\nu \approx 1.07 * 10^{-6}$$

2.2.2 Bestimmung des Formfaktors nach Prohaska

Dieser Methode liegt die Annahme zugrunde, dass der Restwiderstand R_R in Gleichung 2.4 bei kleinen Geschwindigkeiten, bei denen keine Strömungsablösung stattfindet (i. A. bei $Fn < 0.2$), ungefähr gleich dem Wellenbildwiderstand ist. Für die Koeffizienten gilt dann:

$$C_R \approx C_W \quad (2.7)$$

C_W ist nach Prohaska proportional zur vierten Potenz der Froudezahl:

$$C_W = \alpha * Fn^4 \quad (2.8)$$

Es ergibt sich:

$$\frac{C_T}{C_{F0}} = (1 + k) + \alpha \frac{Fn^4}{C_{F0}} \quad (2.9)$$

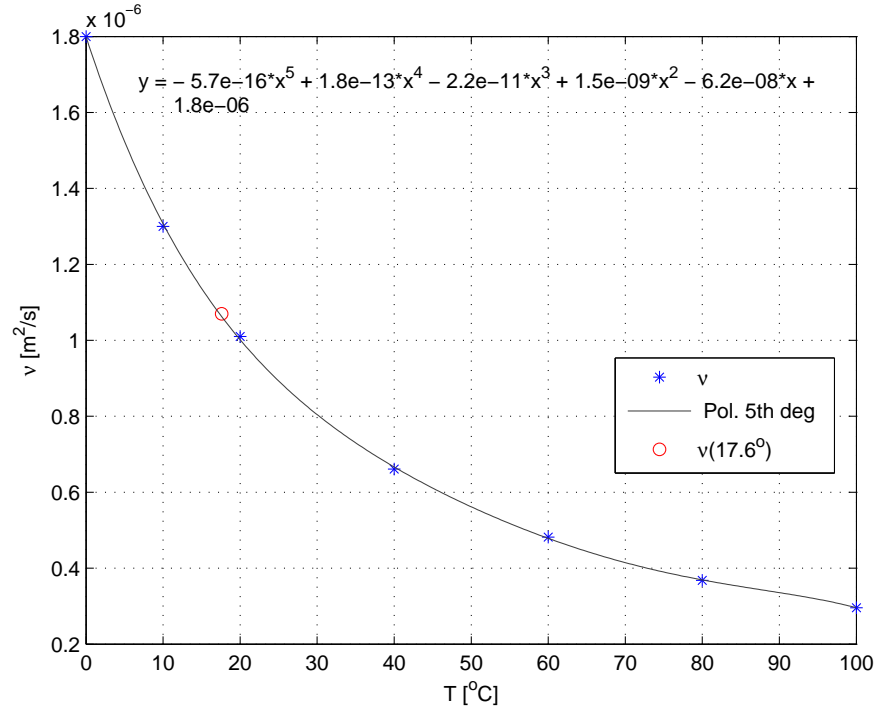


Abb. 2.4: Kurve zur Bestimmung der kinematischen Viskosität ν von Wasser.

Das entspricht einer Geradengleichung der Form

$$y = b + \alpha x$$

Die Gerade ist die Regressionsgerade durch die durch $\frac{C_T}{C_{F0}}$ und $\frac{Fn^4}{C_{F0}}$ definierten Punkte. Mit den ersten 5 Geschwindigkeiten der Schleppversuche ergibt sich der Abschnitt der y-Achse zu $b = 1.337$, und der Formfaktor zu k (s. Abb. 2.5):

$$k = b - 1 = 0.337 \quad (2.10)$$

Die Geschwindigkeit V_M des Modellrumpfes relativ zum Wasser weicht durch die vom Modell verursachte Verdrängungsströmung geringfügig von der Schleppwagengeschwindigkeit V_W ab. Dabei gilt:

$$V_M = m_0 * V_W$$

wobei der sog. Verblockungsfaktor m_0 sich aus dem Verhältnis der Querschnittsflächen von Modell und Kanal ergibt:

$$m_0 = 1 + \frac{\text{Modellquerschnittsfläche}}{\text{Kanalquerschnittsfläche}} = 1 + \frac{A_M}{A_K}$$

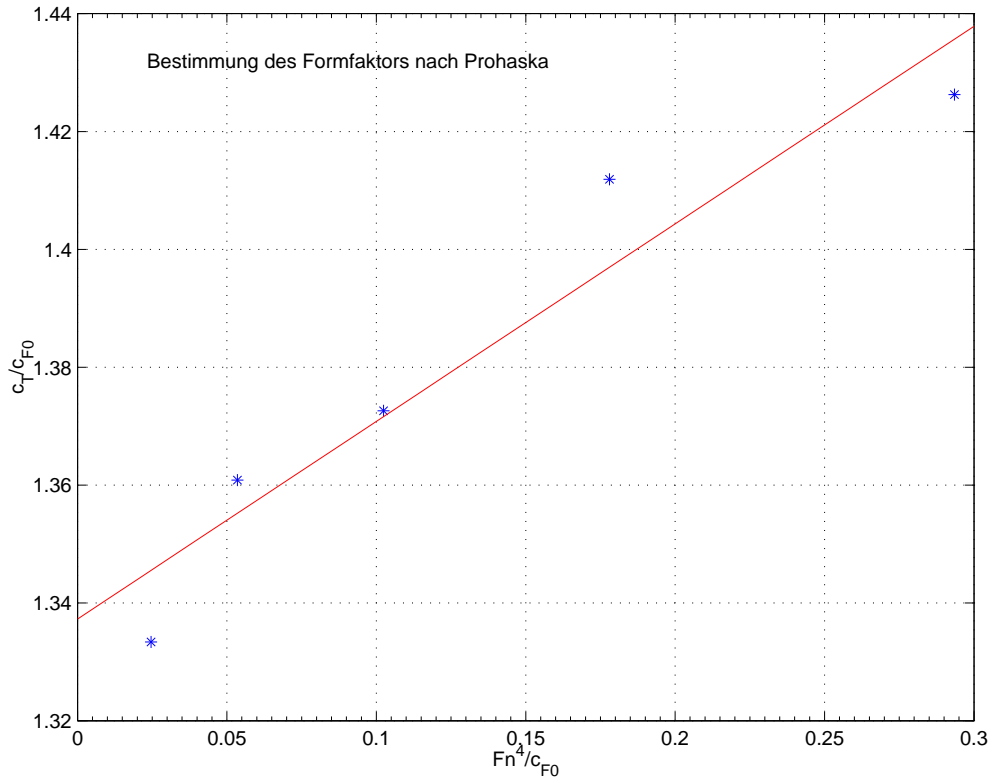


Abb. 2.5: Ermittlung des Formfaktors nach der Methode von Prohaska.

Im vorliegenden Fall ergibt sich mit $A_M = 0.155 m^2$ und $A_K = 38.4 m^2$

$$m_0 = \frac{0.155}{38.4} \approx 4 * 10^{-3} < 5 * 10^{-3}$$

Nach [PNA, 1988] liegt der Wert, ab dem die Verblockung zu berücksichtigen ist, bei $5 * 10^{-3}$; d. h. es ist keine signifikante Erhöhung der Relativgeschwindigkeit zu erwarten.

2.3 Fehlerabschätzung der Schleppversuche

Bei der Validierung der Ergebnisse aus den Simulationsrechnungen muss berücksichtigt werden, dass die Messergebnisse der Versuche natürlich gewisse Fehler enthalten. Hierbei wird zwischen systematischen und zufälligen Fehlern unterschieden. Zu den *systematischen* Fehlern, die sich auf die durchgeführten Schleppversuche bzw. die Validierung der Berechnungsergebnisse auswirken könnten, gehören:

- **Wassertemperatur:** Die Wassertemperatur im Schleppkanal war nicht im Laufe der Versuche, sondern einige Tage vor den Schleppversuchen auf 17.6° gemessen

worden. Aufgrund der großen Wassermenge im Kanal, des großen Abstandes zu Außenwänden und des geringen Luftaustausches im Gebäude kann aber von sehr stabilen Wassertemperaturen ausgegangen werden. Die Temperatur geht in die Bestimmung des viskosen Widerstandes nach ITTC - Richtlinien und als physikalischer Parameter in die Simulationsrechnungen ein.

Eine Abschätzung der Änderung des Wertes für C_{F0} nach Gleichung 2.6 bei einer Geschwindigkeit von $2.31 \frac{m}{s}$, einer mittleren Temperatur $T = 17.6^\circ$ und einer Änderung von $\Delta T = \pm 0.5^\circ$ ergibt eine Abweichung von:

$$\Delta C_{F0}(17.6^\circ \pm 0.5^\circ) \approx 6.7 * 10^{-6}$$

Das entspräche einer Abweichung von ca. 0.43%. Eine eventuelle Änderung der Wassertemperatur wäre sicherlich geringer ausgefallen und ist daher vernachlässigbar.

- Wie in Abschnitt 2.1.2 bereits erwähnt, wurde die Einstellung einer bestimmten Schwimmlage mittels Trimmgewichten durchgeführt, wobei eine Abweichung von max. 0.033° erreicht wurde. Die Quantifizierung der Auswirkung dieser Abweichungen auf die gemessene Gesamtkraft ist ohne weitere Versuche mit einer tatsächlich fixierten Trimmlage nicht möglich.
- Die Ausrichtung des Schleppmodells parallel zur Fahrtrichtung ist nicht exakt gewesen. Bei höheren Schleppgeschwindigkeiten ließ sich eine dynamische Krängung des Modells nach Backbord beobachten, die durch Verlagerung der Trimmgewichte ausgeglichen wurde. Diese Krängung wurde vermutlich durch dynamische Auftriebskräfte an Kiel und Ruder infolge einer geringen Anstellung des Modells zur Fahrtrichtung verursacht. Eine Quantifizierung der Auswirkung dieser dynamischen Krängung auf den gemessenen Widerstand ist ohne die Messung der Krängung bzw. des verursachenden Momentes nicht möglich. Die Größenordnung dieses Fehlers ist sicherlich nicht mehr vernachlässigbar. Insbesondere dürfte der nach Prohaskas Methode bestimmte Formfaktor daher etwas zu groß sein.

Die *zufälligen* Fehler bzw. Messabweichungen entstehen durch Einwirkung einer Vielzahl von unkontrollierbaren Störeinflüssen und sind stets regellos verteilt (normalverteilt) ([Papula, 2001]). Dazu gehören Einstreuungen elektromagnetischer Felder (über den Kanal führt eine elektrifizierte Bahnstrecke), Schwankungen in der Antriebsgeschwindigkeit des Schleppwagens (max. $1 \frac{mm}{s}$), Turbulenzen im Wasser der Schlepprinne, u. a. Die Quantifizierung der Messabweichungen kann hier über den Schätzwert der Standardabweichung s der n Messwerte einer Messreihe mit dem Mittelwert \bar{x} erfolgen:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (F_{x,i} - \bar{F}_x)^2} \quad (2.11)$$

Das Messergebnis F_x liegt dann in der Form

$$F_x = \bar{F}_x \pm \Delta F_x \quad (2.12)$$

$V_M [\frac{m}{s}]$	$\overline{F_x} [N]$	$s [N]$	$\Delta F_x [N]$	$E_{proz} [\%]$
0.606	3.52	0.19	0.0105	0.60
0.729	5.01	0.28	0.0149	0.59
0.851	6.68	0.19	0.0115	0.34
0.971	8.72	0.24	0.0148	0.34
1.094	10.93	0.30	0.0180	0.33
1.500	20.73	0.91	0.0647	0.62
2.067	44.39	0.21	0.0142	0.06
2.310	69.33	0.61	0.0410	0.12
2.553	110.47	0.44	0.0343	0.06

Tab. 2.1: Daten zur Abschätzung der Messunsicherheit bei den Schleppversuchen.

vor. Dabei ist ΔF_x die Messunsicherheit und ist definiert als:

$$\Delta F_x = t * \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (2.13)$$

t ist ein Faktor, der in Abhängigkeit vom gewählten Konfidenzniveau gewählt wird; hier ergibt sich bei einem Vertrauensniveau von 99% ein Wert von $t = 2.58$. Der absolute Fehler E_{abs} ist dann $2 * \Delta F_x$, und der prozentuale Fehler ergibt sich zu:

$$E_{proz} = \left| \frac{E_{abs}}{\overline{F_x}} \right| * 100\% \quad (2.14)$$

In Tabelle 2.1 sind die Standardabweichungen und die sich daraus ergebenden prozentualen Abweichungen der Widerstandsmessungen wiedergegeben. Die Messungen sind angesichts eines maximalen prozentualen Fehlers von nur 0.62% als erfreulich genau zu bezeichnen.

3 Theoretische Grundlagen

3.1 Teilschritte einer Strömungssimulation

Im folgenden Kapitel soll die allgemeine Vorgehensweise bei einer numerischen Strömungssimulation erläutert werden. Die Darstellung basiert im wesentlichen auf [Majidi, 1999], [Noll, 1993] und [Truckenbrodt, 1998]. Das generelle Vorgehen gliedert sich in folgende Teilschritte:

- Auswahl des mathematischen Modells
- Diskretisierung der Grundgleichungen
- Diskretisierung des Berechnungsgebietes
- Durchführung der Berechnungen
- Visualisierung und Auswertung der Berechnungsergebnisse
- Validierung der Ergebnisse

3.1.1 Auswahl des mathematischen Modells

Um das mathematische Modell auswählen zu können, muss zunächst die Charakteristik des zu analysierenden Strömungsproblems bestimmt werden. Dadurch entscheidet sich, ob sinnvolle Idealisierungen möglich oder sogar notwendig sind. D.h. das Modell soll zum einen die Realität genau wiedergeben, zum anderen aber den Rechenaufwand in Grenzen halten. Dazu müssen folgende Fragen beantwortet werden:

- Ist die Strömung zwei- oder dreidimensional?
- Ist die Strömung stationär oder instationär?
- Ist das Fluid kompressibel oder inkompressibel?
- Können Reibungseffekte vernachlässigt werden?
 - Wenn nicht, ist die Strömung als laminar oder turbulent anzusehen?
- Kann die Strömung als rotationsfrei betrachtet werden?

Die Strömungsfrage dieser Diplomarbeit kann folgendermaßen charakterisiert werden: Die Modellumströmung ist dreidimensional und instationär. Da turbulente Effekte bei Schiffsumströmungen einen entscheidenden Einfluss auf das Strömungsbild haben, müssen bei der Simulation Turbulenzen unbedingt berücksichtigt werden. Die Strömung ist damit rotationsbehaftet. Grundlage der numerischen Strömungssimulation sind die Erhaltungssätze für Impuls, Masse und Energie, wobei der Impulssatz als Ausgangspunkt für die Herleitung der *Navier - Stokes -Gleichungen* (siehe Abschnitt 3.2.4, S.18) dient. Abhängig vom Strömungsproblem können diese Gleichungen vereinfacht und so an das Problem angepasst werden. Auf die Herleitung und Vereinfachung der Grundgleichungen wird in Abschnitt 3.2.4 genauer eingegangen.

3.1.2 Diskretisierung der Gleichungen

Da die Grundgleichungen nur in den seltensten Fällen analytisch zu lösen sind, wird die exakte kontinuierliche Lösung der Differentialgleichungen in eine diskrete Lösung überführt. In der numerischen Strömungssimulation finden die Finite-Differenzen-Methode *FDM*, die Finite-Elemente-Methode *FEM* und die Finite-Volumen-Methode *FVM* zur Diskretisierung der Gleichungen Anwendung. Erfolgt die Strömungssimulation mit einer kommerziellen Software, hat man sowohl das mathematische Modell als auch die Diskretisierungsmethode dieses Modells bereits gewählt.

3.1.3 Preprocessing: Diskretisierung des Rechengebietes

Bei der Diskretisierung des Berechnungsgebietes wird das Rechengebiet in einzelne Elemente aufgeteilt, an diesen werden dann die diskretisierten Gleichungen gelöst. D.h. die Zustandsgrößen werden nur an diesen Stützstellen abgespeichert. Abhängig von der Anordnung der Gitterpunkte unterscheidet man folgende Arten von Rechnernetzen (s. Kapitel 4):

- Strukturierte Gitter
- Blockstrukturierte Gitter
- Unstrukturierte Gitter

Zur Generierung des Gitters werden Informationen über die Geometrie, die Fluideigenschaften und die Randbedingungen benötigt.

3.1.4 Durchführung der Berechnungen

Bei der eigentlichen Rechnung wird das algebraische Gleichungssystem, welches durch die Diskretisierung der Gleichungen entstanden ist, gelöst. Bei der Lösung des Gleichungssystems kommen verschiedene numerische Lösungsverfahren zur Anwendung. Man unterscheidet zwischen direkten Algorithmen (z.B. Gauss-Seidel-Verfahren) und iterativen Lösern (z.B. Tabu Search-Verfahren). Die Wahl des Gleichungslösers ist entscheidend für die Effizienz der Strömungssimulation. Wird die Simulation mit einem

kommerziellen Löser durchgeführt, ist durch diese Wahl der Lösungsalgorithmus bereits festgelegt.

3.1.5 Postprocessing: Visualisierung und Auswertung der Berechnungsergebnisse

Ergebnis der Berechnung sind die gesuchten Strömungsgrößen. Da diese Größen für jedes Kontrollvolumen berechnet werden, ist die Datenmenge erheblich. Um die Ergebnisse besser zu veranschaulichen, werden die ermittelten Strömungsgrößen in Form von graphischen Darstellungen ausgewertet. Dabei werden die Werte der einzelnen Strömungsgrößen farblich dargestellt, die Zuordnung der Farben erfolgt über eine Skala, die den Wertebereich darstellt.

3.1.6 Validierung der Ergebnisse

Mit der Validierung der Rechenergebnisse lässt sich die Genauigkeit des verwendeten mathematischen Modells mit den dazugehörigen Diskretisierungsmethoden und die Güte des Rechengitters überprüfen. Dazu werden die Ergebnisse der Simulation mit Messergebnissen verglichen. Ziel ist es eine Aussage über die Plausibilität der erzielten Ergebnisse machen zu können. Liegt die Abweichung zwischen Messung und Rechnung unter 10 %, kann die Simulation als erfolgreich angesehen werden.

3.2 Grundgleichungen

Die Grundlagen der numerischen Strömungssimulation bilden die Erhaltungssätze für Masse, Impuls und Energie. Die mathematische Formulierung dieser Erhaltungssätze sind Differentialgleichungen. Das folgende Kapitel gibt einen Überblick über die wichtigsten Grundgleichungen.

3.2.1 Herleitung der Transportgleichungen

Die Transportgleichungen können entweder in integraler oder in differentieller Form hergeleitet werden. Die integrale Form der Transportgleichungen bilanziert die Flüsse der Strömungsgrößen über die Ränder eines endlichen Kontrollvolumens. Dazu zählen auch Quellen und Senken im oder am Kontrollvolumen. Bei der differentiellen Formulierung betrachtet man das Gleichgewicht an einem infinitesimalen Volumenelement. Bei beiden Formen unterscheidet man zwischen konservativer und nicht-konservativer Formulierung. Wird die Transportgleichung an einem ortsfestem Kontrollvolumen hergeleitet, spricht man von konservativer Formulierung. Als nicht-konservativ bezeichnet man die Herleitung an einem mitbewegten Kontrollvolumen.

3.2.2 Substantielle und Strömungsfeldgrößen

Als substantielle Größen werden die einem Fluidteilchen zugeordneten physikalischen Größen bezeichnet. Zur Darstellung der substantiellen Größen verwendet man die teil-

chenfeste Betrachtungsweise, auch Lagrange¹ - Betrachtungsweise genannt. Das Strömungsverhalten lässt sich auch anhand von Strömungsfeldgrößen beschreiben. Da Strömungsfeldgrößen immer physikalische Eigenschaften des Raumes sind, bezeichnet man diese Betrachtungsweise als raumfeste bzw. Euler² - Betrachtung. Die substantielle Ableitung einer beliebigen Größe Γ lautet:

in kartesischen Koordinaten:

$$\frac{d\Gamma}{dt} = \frac{D\Gamma}{Dt} = \frac{\partial\Gamma}{\partial t} + v_x \frac{\partial\Gamma}{\partial x} + v_y \frac{\partial\Gamma}{\partial y} + v_z \frac{\partial\Gamma}{\partial z} \quad (3.1)$$

in vektorieller Form:

$$\underbrace{\frac{d\Gamma}{dt} = \frac{D\Gamma}{Dt}}_{\text{substantielle Ableitung}} = \underbrace{\frac{\partial\Gamma}{\partial t}}_{\text{lokale Ableitung}} + \underbrace{(\vec{v} \cdot \vec{\nabla})\Gamma}_{\text{konvektive Ableitung}} \quad (3.2)$$

3.2.3 Kontinuitätsgleichung

Die Kontinuitätsgleichung ist eine Transportgleichung und besagt, dass die Änderung der Masse mit der Zeit Null ist, wobei alle Massenzu- und abflüsse berücksichtigt werden müssen. Die Kontinuitätsgleichung für kompressible Fluide lautet:

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho dV + \oint_A \rho \vec{v} d\vec{A} = 0 \quad (3.3)$$

Das Volumenintegral stellt die zeitliche Änderung der Masse im Kontrollvolumen V dar. Das Oberflächenintegral beschreibt die Massenzu- und abflüsse. Besteht ein Kontrollvolumen immer aus dem selben Fluidteilchen, handelt es sich um die nicht-konservative Formulierung, die Oberflächenintegrale verschwinden dann und die Kontinuitätsgleichung lautet:

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho dV = 0 \quad (3.4)$$

Nach Umformung mit dem Integralsatz nach Gauss³, lautet die vektorielle, differentielle Form der Kontinuitätsgleichung für inkompressible Fluide:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = \text{div}(\vec{v}) = 0 \quad (3.5)$$

3.2.4 Navier - Stokes - Gleichungen

Das zweite Newtonsche Axiom besagt, dass die zeitliche Änderung des Impulses gleich der Summe aller angreifenden Kräfte ist.

$$\frac{dm\vec{v}}{dt} = \sum \vec{F} \quad (3.6)$$

¹Lagrange, Josef-Louis (*1736 in Turin, +1813 in Paris), franz. Mathematiker

²Euler, Leonhard (*1707 in Basel, +1783 in Petersburg), schweizer Physiker und Mathematiker

³Gauss, Carl Friedrich (*1777 in Braunschweig, +1855 in Göttingen), dt. Mathematiker

Daraus ergibt sich die Impulsgleichung für ein raumfestes Kontrollvolumen:

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho \vec{v} dV + \oint_A \rho \vec{v} d\vec{A} = \underbrace{\int_V \rho \vec{f} dV}_{\text{Volumenkräfte}} + \underbrace{\oint_A \underline{\underline{\sigma}} d\vec{A}}_{\text{Oberflächenkräfte}} \quad (3.7)$$

\vec{f} bezeichnet die spezifische Volumenkraft und $\underline{\underline{\sigma}}$ den Spannungstensor. Um eine geschlossene Impulsgleichung zu erhalten, muss der Spannungstensor mit der Geschwindigkeit in Verbindung gebracht werden. Dieser Zusammenhang wird durch mehrere Differentialgleichungen beschrieben. Für newtonsche Fluide vereinfacht sich dieser Zusammenhang durch die Anwendung der Stokes-Hypothese. Mit Hilfe des Gauss Satzes können die Volumenintegrale in Oberflächenintegrale überführt werden. Ersetzt man die Integrale durch den Integranden, lautet die Navier - Stokes - Gleichung:

$$\rho \frac{\partial(\vec{v})}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{v} \vec{v}) = \rho \vec{f} + \text{div} \underline{\underline{\sigma}} \quad (3.8)$$

Für inkompressible Fluide vereinfacht sich die Navier - Stokes -Gleichung zu:

$$\frac{\partial(\rho \vec{v})}{\partial t} + (\vec{v} \vec{\nabla}) \vec{v} = \vec{f} - \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p + \frac{\eta}{\rho} \Delta \vec{v} \quad (3.9)$$

Aus der Kontinuitätsgleichung und den Navier - Stokes -Gleichungen erhält man ein Differentialgleichungssystem, mit dem sich die vier gesuchten Strömungsgrößen (v_x, v_y, v_z, p) berechnen lassen. Dieses Gleichungssystem ist analytisch nicht lösbar, eine Lösung kann nur numerisch angenähert werden.

3.2.5 Boussinesq - Gleichung

Da die Dichte druck- und temperaturabhängig ist muss sie in allen Gliedern berücksichtigt werden. Für Strömungen mit einer Machzahl⁴ von $M_a < 0.3$ kann die Dichteänderung infolge der Druckänderung vernachlässigt werden. Somit ist die Dichte nur noch von der Temperatur abhängig. Ist die Dichteänderung gering, kann die Boussinesq - Approximation eingesetzt werden.

$$\begin{aligned} \rho(T) &= \rho_0 [1 - \alpha(T - T_0)] & \alpha &: \text{Wärmeausdehnungskoeffizient} \\ \rho_0, T_0 &: \text{Bezugsgrößen} \end{aligned} \quad (3.10)$$

Danach muss die Dichteänderung nur noch im Feldterm berücksichtigt werden. Voraussetzung für diese Approximation ist, dass die Viskosität sich nur gering mit der Temperatur ändert.

⁴ M_a : Machzahl beschreibt das Verhältnis zwischen Strömungsgeschwindigkeit v und der lokalen Schallgeschwindigkeit a , $M_a = \frac{v}{a}$

3.2.6 Stokes - Gleichungen

Für den Fall, dass die Strömungsgeschwindigkeiten sehr klein sind, kann man die Trägheitskräfte gegenüber den Reibungskräften vernachlässigen. Bei diesen sogenannten schleichenden Strömungen können der nichtlineare, konvektive Term und der instationäre Term vernachlässigt werden. Damit wird für sehr kleine Reynoldszahlen $Rn < 1$ aus der Navier - Stokes - Gleichung die Stokesgleichung:

$$\vec{\nabla} \vec{v} = \rho \vec{f} + \eta \Delta \vec{v} \quad (3.11)$$

3.3 Turbulente Strömungen

Da es sich bei dem zu untersuchenden Strömungsproblem um eine turbulente Strömung handelt, soll in diesem Abschnitt ein kurzer Überblick über die Theorie der numerischen Simulation turbulenter Strömungen gegeben werden. Turbulente Strömungen lassen sich folgendermaßen charakterisieren:

- instationäre, unregelmäßige Bewegung der Partikel
- turbulente Strömungen sind mischungsintensiv
- turbulente Strömungen sind dissipativ

Zur numerischen Simulation von turbulenten Strömungen stehen drei Methoden zur Verfügung.

- **Direkte Numerische Simulation (DNS)**
- Grobstrukturmodellierung, **Large Eddy Simulation (LES)**
- Reynoldsmittelung, **Reynolds Averaged Navier - Stokes Equations (RANSE)**

3.3.1 Direkte Numerische Simulation

Bei der direkten numerischen Simulation werden die Navier - Stokes -Gleichungen (incl. instationärem Term) und die Kontinuitätsgleichung verwendet. Mit DNS lässt sich jede beliebige, zeitabhängige, dreidimensionale Strömung beschreiben, d.h. es können turbulente und laminare Strömungen simuliert werden. Da bei DNS die zu lösenden Grundgleichungen in sich geschlossen sind, benötigt man, im Gegensatz zu LES oder RANSE - Verfahren keine zusätzliche Hypothese zur Beschreibung der Turbulenz. Da mit wachsender Reynoldszahl das Spektrum der Turbulenzballengröße immer breiter wird und damit immer kleinerskalige Turbulenzballen auftreten, muss das Rechengitter für die DNS entsprechend fein sein, wodurch Gitter mit riesigem Speicherbedarf entstehen; daher findet die DNS in der praktischen CFD kaum Anwendung.

3.3.2 Grobstrukturmodellierung, Large Eddy Simulation

Bei der LES geht man davon aus, dass die großskaligen Turbulenzballen im Gegensatz zu den kleinskaligen Turbulenzballen energiereicher sind und damit einen höheren Beitrag zum Transport und Austausch der Erhaltungsgrößen leisten. Somit werden in der LES die großskaligen Turbulenzballen direkt simuliert und die kleinskaligen Turbulenzballen, welche nicht vom Rechengitter aufgelöst werden, modelliert. Bei den feinskaligen, dissipativen Turbulenzballen wird isotrope Turbulenz angenommen; damit dürfen diese mit sogenannten Feinstrukturmodellen (engl. Subgrid Scale Models) modelliert werden.

3.3.3 Reynoldsgleichungen, Reynolds Averaged Navier - Stokes

Für die meisten Strömungsprobleme ist es ausreichend, die zeitlichen Mittelwerte der Grundströmung zu bestimmen, so dass sich bei einer im Mittel stationären Strömung jede Strömungsgröße $\Gamma(x, t)$ in einen zeitlichen Mittelwert $\bar{\Gamma}(x)$ und einen Schwankungswert $\Gamma'(x, t)$ aufteilen lässt (siehe Abb.3.1). Bei einer im Mittel instationären

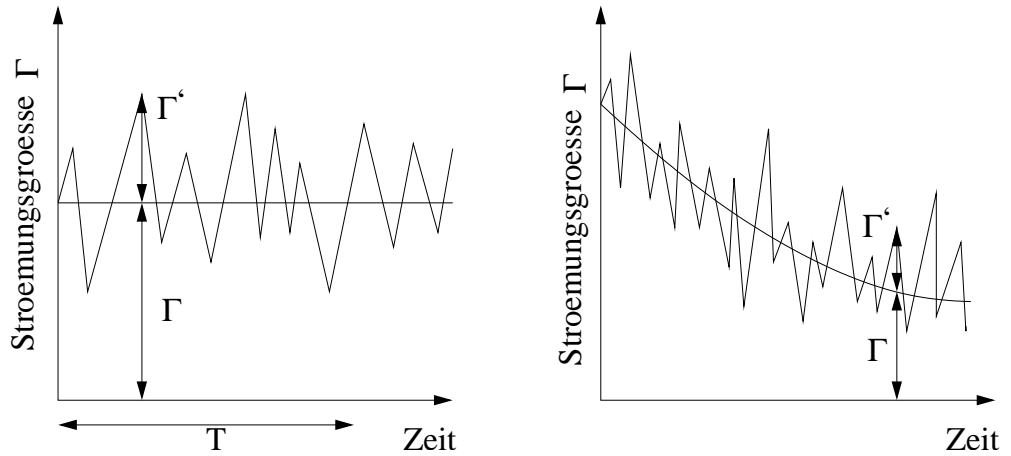


Abb. 3.1: Im Mittel stationäre (l.) bzw. instationäre (r.) Strömung.

Strömung wird der Mittelwert über eine Ensemblebildung ermittelt.

$$\bar{\Gamma}(x, t) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \Gamma(x, t) \quad (3.12)$$

Bei der Ensemblebildung muss die Anzahl der Messungen N groß genug sein, dass kleine unregelmäßige Schwankungen herausgemittelt werden können, andererseits darf N nicht zu groß werden, da sonst die zeitliche Änderung verloren gehen würde. Teilt man den Druck p und die Geschwindigkeit v in einen zeitlichen Mittelwert (\bar{v}, \bar{p}) und einen Schwankungswert (v', p') , ergibt sich nach Einsetzen in die Navier - Stokes -

Gleichung die Reynoldsgleichung zu:

$$\frac{\partial(\rho \bar{v}_j)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{v}_j \bar{v}_i)}{\partial x_j} = \rho f_i - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\eta \left(\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_i} \right) \right] - \underbrace{\frac{\partial(\rho \overline{v'_j v'_i})}{\partial(x_j)}}_{\text{Schwankungsglieder}} \quad (3.13)$$

3.3.4 Turbulenzmodelle

Durch die zeitliche Mittelung entstehen in der Reynoldsgleichung (Glg. 3.13) konvektive Schwankungsglieder, auch Reynoldsspannungen τ_{ij}^t genannt. Diese Spannungen gilt es zu bestimmen, sie bilden einen Tensor, bei dem sechs der neun Komponenten von einander unabhängig sind.

$$\tau_{ij}^t = -\rho \left(\begin{array}{ccc} \overline{v'_1 v'_1} & \overline{v'_1 v'_2} & \overline{v'_1 v'_3} \\ \overline{v'_2 v'_1} & \overline{v'_2 v'_2} & \overline{v'_2 v'_3} \\ \overline{v'_3 v'_1} & \overline{v'_3 v'_2} & \overline{v'_3 v'_3} \end{array} \right) = -\overline{\rho v'_j v'_i} \quad (3.14)$$

D.h. es existieren vier Gleichungen zur Bestimmung von zehn Unbekannten:

- drei gemittelte Geschwindigkeitskomponenten
- ein gemittelter Druck
- sechs Reynoldsspannungen

Dieses Schließungsproblem wird mit Hilfe von Turbulenzmodellen gelöst, mit denen Reynoldsspannungen und Turbulenz modelliert werden können.

Turbulenzmodelle lassen sich in Wirbelviskositäts- und Reynoldsspannungsmodelle unterteilen.

Wirbelviskositätsmodelle

Wirbelviskositätsmodellen liegt der Boussinesq - Ansatz (Glg. 3.16) zu Grunde. Dabei führt Boussinesq die turbulente Viskosität η_t , auch Wirbelviskosität genannt, ein und setzt voraus, dass sich die gesamte Viskosität $\eta_{ges.}$ aus der molekularen Viskosität η und der turbulenten Viskosität η_t zusammensetzt.

$$\eta_{ges.} = \eta + \eta_t \quad (3.15)$$

Zu beachten ist, dass η_t im Gegensatz zu η keine Stoffkonstante, sondern eine Ortsfunktion, abhängig von der lokalen Turbulenzstruktur, ist. Über den Boussinesq - Ansatz lässt sich η_t mit den Reynoldsspannungen und den mittleren Geschwindigkeitsgradienten in jedem Ort in Verbindung bringen. Es wird angenommen, dass analog zur molekularen Viskosität (Schubspannungen) die scheinbare, turbulente Viskosität (Reynoldsspannung) proportional zu den mittleren Geschwindigkeitsgradienten ist.

$$\tau_{ij}^t = -\overline{\rho v'_j v'_i} = \eta_t \left(\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (3.16)$$

Da ρ in dieser Formulierung zeit- und ortsunabhängig ist, gilt diese Gleichung nur für inkompressible Fluide. Der Faktor k bezeichnet die mittlere spezifische kinetische Energie der turbulenten Schwankungen:

$$k = \frac{1}{2} \overline{v_i^2} = \eta_t \left(\overline{v_1^2} + \overline{v_2^2} + \overline{v_3^2} \right) \quad (3.17)$$

δ_{ij} ist das Kronecker - Symbol⁵, somit gewährleistet der Term $\frac{2}{3} \rho k \delta_{ij}$, dass für den Fall $i = j$ links und rechts $2k$ steht. Dies ist nötig um die Kontinuitätsgleichung für inkompressible Fluide (Glg. 3.5, S. 17) zu erfüllen. Damit verlagert sich das Schließungsproblem auf die Bestimmung von η_t . Durch Dimensionsanalyse kann man feststellen, dass sich die turbulente Viskosität mit charakteristischen Größen der Turbulenzstruktur in Verbindung bringen lässt. Als charakteristische Größen bezeichnet man im Allgemeinen ein Geschwindigkeitsmaß V und ein Längenmaß L der Turbulenz, welche die Schwankungsintensität sowie die Größe der großskaligen, energietragenden Turbulenzballen charakterisieren.

$$\eta_t \propto \rho V L \quad (3.18)$$

Die charakteristischen Größen werden über die Transportgleichungen bestimmt, welche sich aus der Navier - Stokes - Gleichung herleiten. Man unterteilt die Wirbelviskositätsmodelle nach Anzahl der zu bestimmenden Transportgleichungen in **Null-**, **Ein-** und **Zweigleichungsmodelle**.

Nullgleichungsmodelle Bei Nullgleichungsmodellen wird davon ausgegangen, dass die Turbulenz nicht durch die Strömung transportiert wird. D.h. in jedem Punkt besteht ein Gleichgewicht zwischen Produktion und Dissipation der Turbulenz. Dadurch müssen zur Bestimmung der charakteristischen Größen keine Transportgleichungen gelöst werden. V und L werden direkt durch algebraische Gleichungen über die gemittelten Strömungsgrößen und die Geometrie ermittelt. Beispiel für ein Nullgleichungsmodell ist die Prandtl - Mischungsweghypothese. Für die turbulente Viskosität ergibt sich:

$$\eta_t = C_1 L_t^2 \frac{\partial \vec{u}_i}{\partial x_j} \quad (3.19)$$

Eingleichungsmodelle Im Gegensatz zu den Nullgleichungsmodellen, wird bei den Eingleichungsmodellen der Transport von Turbulenz durch die Strömung berücksichtigt. Dabei wird \sqrt{k} als Geschwindigkeitsmaß der großskaligen turbulenten Schwankungen interpretiert. Zur Bestimmung von k wird *eine* Transportgleichung gelöst. Das Längenmaß L wird über k und ε , die Dissipationsrate der spezifischen turbulenten kinetischen Energie, durch folgende Gleichung ermittelt.

$$L = \frac{k^{\frac{3}{2}}}{\varepsilon} \quad (3.20)$$

⁵ Einheitstensor, $\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$

Die turbulente Viskosität η_t erhält man aus der sogenannten Kolmogorov - Prandtl - Gleichung.

$$\eta_t = \rho C_\mu \sqrt{k} L \quad (3.21)$$

Die Konstante C_μ wird im allgemeinen auf 0.09 gesetzt. Die exakte Gleichung zur Bestimmung von k erhält man, in dem die gemittelte Impulsgleichung (Glg. 3.13) von der Impulsgleichung für die Momentanwerte (Glg. 3.9) abgezogen wird. Damit erhält man eine Transportgleichung für die Schwankungsgeschwindigkeiten. Diese Gleichung multipliziert man mit der jeweiligen Schwankungsgeschwindigkeit v'_i , summiert über alle i und bildet das zeitliche Mittel. Als Ergebnis erhält man die exakte k - Gleichung für inkompressible Fluide.

$$\underbrace{\frac{\partial(\rho k)}{\partial t}}_{\text{zeitliche Änderung}} + \underbrace{\frac{\partial(\rho \bar{v}_j k)}{\partial x_j}}_{\text{Konvektion}} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\eta \frac{\partial k}{\partial x_j} \right)}_{\text{mol. Diffusion}} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\rho}{2} \overline{v'_j v'_i v'_i} + \overline{p' v'_j} \right)}_{\text{Diffusion}} - \underbrace{\overline{\rho v'_i v'_j} \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j}}_{\text{Produktion}} - \underbrace{\eta \frac{\partial \bar{v}'_i}{\partial x_k} \frac{\partial \bar{v}'_i}{\partial x_k}}_{\text{Dissipation}} \quad (3.22)$$

Die einzelnen Glieder der exakten k - Gleichung haben folgende Bedeutung:

1. Term: Beschreibt die zeitliche Änderung von k in einem raumfesten Kontrollvolumen.
2. Term: Beschreibt den Transport von k durch die Hauptströmung.
3. Term: Beschreibt die molekulare Diffusion, kann bei voll turbulenten Strömungen vernachlässigt werden.
4. Term: Beschreibt die turbulente Diffusion über die Grenzen eines Kontrollvolumens hinaus.

$$-\frac{\rho}{2} \overline{v'_j v'_i v'_i} \approx \frac{\eta_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \quad (\text{Prandtlzahl } \sigma_k \approx 1). \quad (3.23)$$

5. Term: Beschreibt die Übertragung oder Produktion $P_k k$ der kinetischen Energie von der Hauptströmung auf die Turbulenzstruktur; mit dem Wirbelviskositäts Gesetz modelliert man P_k wie folgt:

$$P_k = -\overline{\rho v'_i v'_j} \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} = \eta_t \left(\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j}. \quad (3.24)$$

6. Term: Beschreibt die Dissipationsrate ε , welche eine Senke für k darstellt (s. Glg. (3.22)).

Setzt man die Modellierungen der einzelnen Glieder in Gleichung (3.22) ein, erhält man die modellierte k - Gleichung:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{v}_j k)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\eta + \frac{\eta_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \eta_t \left(\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} - \rho \frac{k^{\frac{3}{2}}}{L} \quad (3.25)$$

Zweigleichungsmodelle Bei Zweigleichungsmodellen werden zur Bestimmung der charakteristischen Größen V und L , mit denen η_t ermittelt wird (Glg. 3.18), zwei Differentialgleichungen gelöst. Am häufigsten findet das $k - \varepsilon$ - Modell Anwendung. Im $k - \varepsilon$ - Modell beschreibt eine Gleichung den Transport der spezifischen kinetischen Energie der turbulenten Schwankungen k (Glg. 3.25). Die andere Differentialgleichung beschreibt die Dissipationsrate ε der spezifischen, turbulenten, kinetischen Energie. Die allgemeine modellierte ε - Gleichung lautet:

$$\frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho\bar{v}_j\varepsilon)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\eta + \frac{\eta_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1,\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} P_k - \rho C_{2,\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (3.26)$$

Beim $k - \varepsilon$ - Modell nach *Laundner* und *Spalding* wird die molekulare Viskosität η , wie in Abschnitt 3.3.4 beschrieben vernachlässigt und die Konstanten in Tabelle 3.1 verwendet. In der Nähe einer festen Wand kann die molekulare Diffusion nicht mehr vernach-

C_μ	$C_{1,\varepsilon}$	$C_{2,\varepsilon}$	σ_k	σ_ε
0.09	1.44	1.92	1.00	1.30

Tab. 3.1: Konstanten im Standard - $k - \varepsilon$ - Modell

lässigt werden, d.h. das Verhältnis von molekularer Schubspannung zu Reynoldsspannung wird größer. Grund dafür ist die Relaminarisierung der Strömung in Wandnähe. Die Grenzschicht lässt sich in vier Bereiche aufteilen. In Abbildung 3.2 ist das Vierbereichsmodell dargestellt, diese Abbildung gilt nur für eine turbulente Grenzschicht ohne Druckgradienten in Strömungsrichtung. In der Abbildung ist die Gesamtschubspannung $\tau_{ges.}$, welche sich aus Reynolds- und molekularer Schubspannung zusammensetzt, im Verhältnis zur Wandschubspannung τ_w über dem dimensionslosen Wandabstand y_τ abgetragen.

$$y_\tau = \frac{y v_\tau}{\nu}, \quad \text{mit } v_\tau = \sqrt{\frac{|\tau_w|}{\rho}} \quad (3.27)$$

Der dimensionslose Wandabstand y_τ kann als Reynoldszahl der großskaligen energietragenden Turbulenzballen interpretiert werden. Bereich (1) stellt die zähe Unterschicht dar, in diesem Bereich werden die Reynoldsspannungen vernachlässigt. Die molekulare Schubspannung ist unabhängig vom Wandabstand und gleich der Wandschubspannung τ_w . Im Übergangsbereich (2) ist die molekulare Schubspannung zwar kleiner als die Reynoldsspannung, besitzt aber die gleiche Größenordnung wie die Reynoldsspannung. Die Gesamtschubspannung $\tau_{ges.}$ kann in diesem Bereich als konstant angesehen werden. Bereich (3) bezeichnet den wandnahen Bereich, hier dominieren die turbulenten Schubspannungen. Die Gesamtschubspannung, welche zum größten Teil aus der Reynoldsspannung besteht, ist in diesem Bereich konstant und fast so groß wie die Wandschubspannung. Der Außenbereich (4) wird stark von der Außenströmung beeinflusst, hier ist die Grenzschicht voll turbulent und die Gesamtschubspannung ist nicht mehr konstant, sondern geht mit wachsendem y_τ gegen Null. Im Gegensatz zum

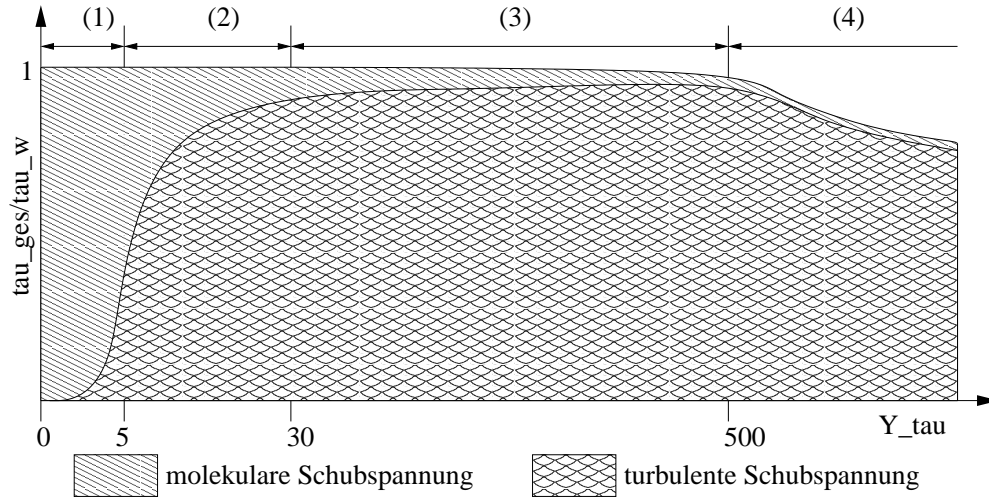


Abb. 3.2: Gültigkeitsbereich des Logarithmischen Wandgesetzes

Außenbereich (4), ist das Geschwindigkeitsprofil im Wandbereich (1-3) von der Außenströmung unbeeinflusst und kann durch die sogenannten Wandfunktionen wiedergegeben werden. Zudem ist die Isotropie der Turbulenz im Wandbereich nicht gegeben, womit das $k - \varepsilon$ - Modell seine Gültigkeit verliert.

Die Wandbereiche werden mit folgenden Wandfunktionen modelliert.

1. Bereich $0 \leq y_\tau \leq 5$

$$\frac{\bar{v}_t(y)}{v_\tau} = \frac{v_\tau y}{\nu} = y_\tau \quad (3.28)$$

2. Bereich $5 \leq y_\tau \leq 30$

$$\frac{\bar{v}_t(y)}{v_\tau} = a_3 y_\tau^3 + a_2 y_\tau^2 + a_1 y_\tau + a_0 \quad (3.29)$$

3. Bereich $30 \leq y_\tau \leq 500$

$$\frac{\bar{v}_t(y)}{v_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{y v_\tau}{\nu} + C \quad (3.30)$$

Gleichung 3.28 wird Gesetz der zähen Unterschicht genannt, es lässt sich mit der Prandtl - Grenzschichttheorie herleiten. Gleichung 3.29 wird als logarithmisches Wandgesetz bezeichnet, C und κ sind empirische, von der Wandrauhigkeit abhängige, Konstanten. Gleichung 3.30 modelliert den Übergangsbereich. Hierbei müssen die Koeffizienten a_0 bis a_3 so bestimmt werden, dass $\frac{\bar{v}_t(y)}{v_\tau}$ und ihre ersten Ableitungen in den Punkten 1-4 stetig bleiben.

Reynoldsspannungsmodelle

Bei den Wirbelviskositätsmodellen wird η_t als skalar und somit richtungsunabhängig angenommen, damit wird eine isotrope Turbulenz vorausgesetzt. Diese Voraussetzung ist für komplexere Strömungsprobleme nicht mehr erfüllt. In diesen Fällen kommen Reynoldsspannungsmodelle zur Anwendung. Mit ihnen werden die Reynoldsspannungen mittels Transportgleichungen und algebraischer Beziehungen direkt modelliert. Dazu müssen insgesamt sieben Gleichungen gelöst werden, was mit immensem Rechen- bzw. Speicheraufwand verbunden ist. Aus diesem Grund werden Reynoldsspannungsmodelle heutzutage nur selten angewendet.

3.4 Reibungsfreie Fluide

3.4.1 Euler - Gleichungen

Unter bestimmten Voraussetzungen ist es zulässig Reibungseffekte zu vernachlässigen. Für diese Fälle wird der viskose Term in der Navier - Stokes - Gleichung (Glg. 3.9, S. 18) weggelassen. Diese Gleichung nennt man Euler - Gleichung.

$$\frac{\partial(\rho \vec{v})}{\partial t} + (\vec{v} \vec{\nabla}) \vec{v} = \vec{f} - \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p \quad (3.31)$$

Die Kontinuitäts- und die Eulergleichung liefern vier Gleichungen für vier Unbekannte (v_x, v_y, v_z, p) , damit lassen sich reibungsfreie Strömungen geschlossen beschreiben.

3.4.2 Potentialgleichungen

Für rotationsfreie Strömungen gilt:

$$\text{rot} \vec{v} = \vec{0} \quad (3.32)$$

Unter dieser Voraussetzung gibt es eine skalare Potentialfunktion Φ für die gilt:

$$\vec{v} = \vec{\nabla} \Phi \quad (3.33)$$

Setzt man diese Beziehung in die Kontinuitätsgleichung (Glg. 3.5, S. 17) ein, ergibt sich daraus die Laplace - Gleichung.

$$\Delta \Phi = 0 \quad (3.34)$$

Mit Hilfe der Laplace - Gleichung erhält man die Potentialfunktion Φ , mit der das Geschwindigkeitsfeld berechnet werden kann. Für inkompressible Potentialströmungen gilt dann die Bernoulligleichung:

$$\frac{\rho}{2} v^2 + \rho g z + p = \text{const.} \quad (3.35)$$

3.5 Diskretisierung der Grundgleichungen

Die in Abschnitt 3.2 beschriebenen Differentialgleichungen lassen sich nur numerisch lösen. Dazu müssen die Gleichungen diskretisiert werden, d.h. die differentiellen Transportgleichungen werden in algebraische Gleichungen überführt. Folgende Diskretisierungsmethoden finden in der CFD Anwendung.

- Finite - Differenzen - Methode
- Finite - Volumen - Methode
- Finite - Elemente - Methode

Bei allen Methoden wird über das Strömungsgebiet ein Rechengitter gelegt, wobei die Strömungsgrößen an diskreten Rechenpunkten bestimmt werden.

3.5.1 Finite - Differenzen - Methode

Das numerische Gitter der Finite - Differenzen - Methode (FDM) entspricht den kartesischen Koordinatenlinien, damit ist FDM nur bei kartesischen Koordinatensystemen anwendbar. Die Indizierung der Gitterpunkte erfolgt monoton aufsteigend (siehe Abb. 3.3), dadurch ist jeder Knoten durch Indizes eindeutig definiert. Die Approximation der Differentialquotienten durch Differenzenquotienten erfolgt mittels Taylorreihenentwicklung. Als Ergebnis erhält man die Vorwärts -,

$$\left(\frac{\partial \Gamma}{\partial x}\right)_{i,j} \approx \frac{\Gamma_{i+1,j} - \Gamma_{i,j}}{\Delta x} + O(\Delta x^1) \quad (3.36)$$

Rückwärts.-und

$$\left(\frac{\partial \Gamma}{\partial x}\right)_{i,j} \approx \frac{\Gamma_{i,j} - \Gamma_{i-1,j}}{\Delta x} + O(\Delta x^1) \quad (3.37)$$

Zentraldifferenzenquotienten.

$$\left(\frac{\partial \Gamma}{\partial x}\right)_{i,j} \approx \frac{\Gamma_{i+1,j} - \Gamma_{i-1,j}}{2\Delta x} + O(\Delta x^2) \quad (3.38)$$

Die Größenordnung des Approximationsfehlers wird durch den Term $O(\Delta x^1)$ zum Ausdruck gebracht. Die Approximation mittels Zentraldifferenzen besitzt also einen Abbruchfehler 2. Ordnung und ist somit die genaueste der drei Differenzenmethoden.

3.5.2 Finite - Volumen - Methode

Im Gegensatz zur FDM erfolgt bei der Finite - Volumen - Methode (FVM) die Überführung in algebraische Gleichungen nicht über Differenzenquotienten, sondern mittels Integration der Differentialgleichungen über die Kontrollvolumen (3d) bzw. Kontrollflächen (2d). Das bedeutet, FDM liegt die differentielle und FVM die konservative Formulierung der Transportgleichungen zu Grunde (siehe Abschnitt 3.2.1, S. 16).

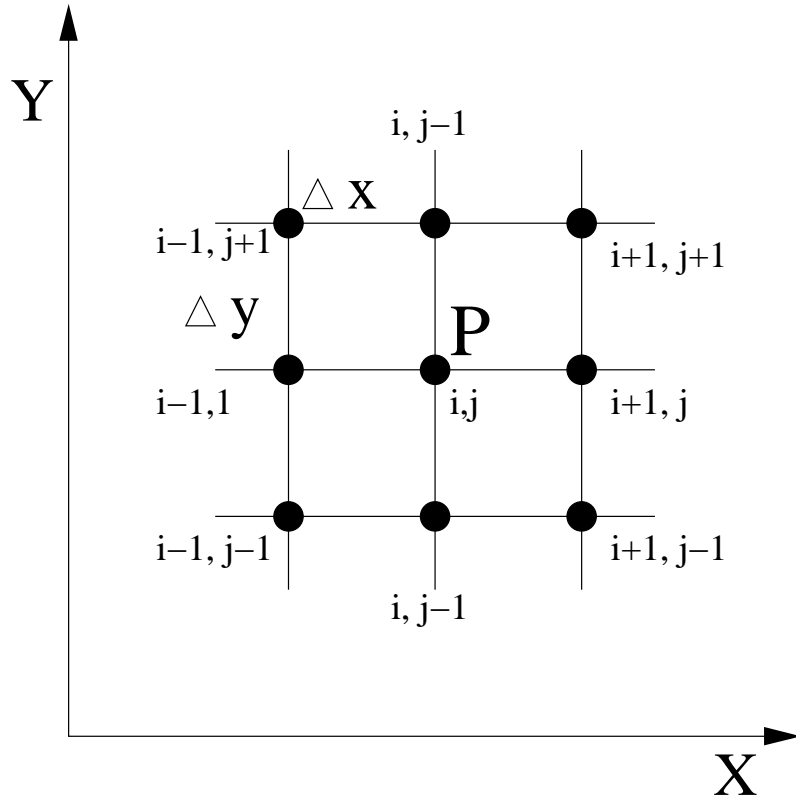


Abb. 3.3: Rechengitter für Finite - Differenzen - Methode

Rechenpunkte können entweder Gitterknotenpunkte oder Volumenschwerpunkte der Kontrollvolumen sein (s. Abb. 3.4). Integriert man die allgemeine Form der Transportgleichung über ein beliebiges Kontrollvolumen, erhält man folgende Gleichung:

$$\underbrace{\int_V \frac{\partial(\rho\Gamma)}{\partial t} dV}_{\text{Zeitterm}} + \underbrace{\oint_A (\rho \vec{v} \Gamma) d\vec{A}}_{\text{Konvektionsterm}} = \underbrace{\oint_A (D_\Gamma \text{grad}(\Gamma)) d\vec{A}}_{\text{Diffusionsterm}} + \underbrace{\int_V S_\Gamma dV}_{\text{Quellterm}} \quad (3.39)$$

Der Diffusionskoeffizient D_Γ und der Quellterm S_Γ müssen der jeweiligen Transportgröße angepasst werden.

Approximation der Oberflächenintegrale

Um die Flüsse (Oberflächenintegrale aus Glg. 3.39) bestimmen zu können, müssen die Funktionen $\rho \vec{v} \Gamma$ und $D_\Gamma \text{grad}(\Gamma)$ an jedem Punkt der Kontrollgrenzfläche bekannt sein. Da die Strömungsgrößen nur an den Rechenpunkten vorliegen, ist eine Approximation der Oberflächenintegrale notwendig. Diese Annäherung lässt sich in zwei Schritte

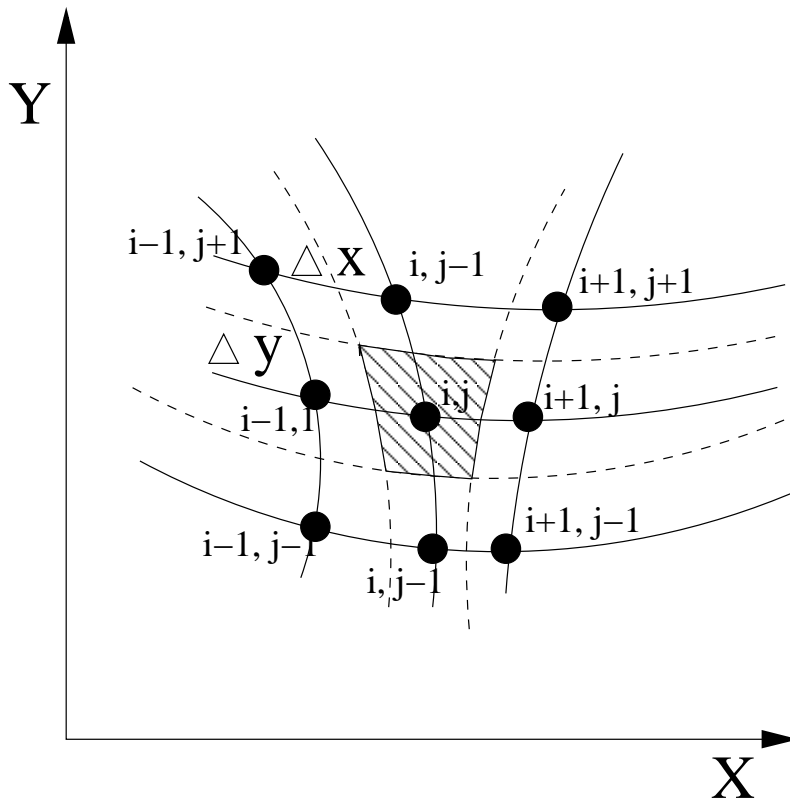


Abb. 3.4: Rechengitter für Finite - Volumen - Methode

aufteilen.

1. die Funktionswerte auf den Kontrollgrenzflächen müssen durch Werte an den Rechenpunkten approximiert werden.
2. die Flüsse müssen durch Funktionswerte auf den Kontrollgrenzflächen angenähert werden.

Eine Möglichkeit, die Funktionswerte über die Kontrollgrenzflächen zu erhalten, ist, den Wert des Integranden am Mittelpunkt der Grenzfläche für die ganze Fläche zu übernehmen. Diese Methode wird als Mittelpunktsregel bezeichnet und besitzt einen Approximationsfehler 2. Ordnung. Der 2. Schritt ist, die Funktionswerte auf den Grenzflächen durch Werte am Rechenpunkt auszudrücken. Da aus Gründen der numerischen Stabilität hierbei für die Konvektions- und Diffusionsterme unterschiedliche Verfahren zu Anwendung kommen, wird auf diese nachfolgend kurz getrennt eingegangen.

Approximation der konvektiven Flüsse

Upwind - Interpolationsverfahren (UDS) Beim Upwind - Interpolationsverfahren wird von einem treppenförmigen Verlauf der Transportgröße ausgegangen (siehe Abb. 3.5), dabei wird der Wert auf der Kontrollvolumengrenzfläche e gleich dem am nächsten stromaufwärts gelegenen Rechenpunkt P gesetzt. UDS ist zwar sehr robust, besitzt aber einen Abbruchfehler 1. Ordnung.

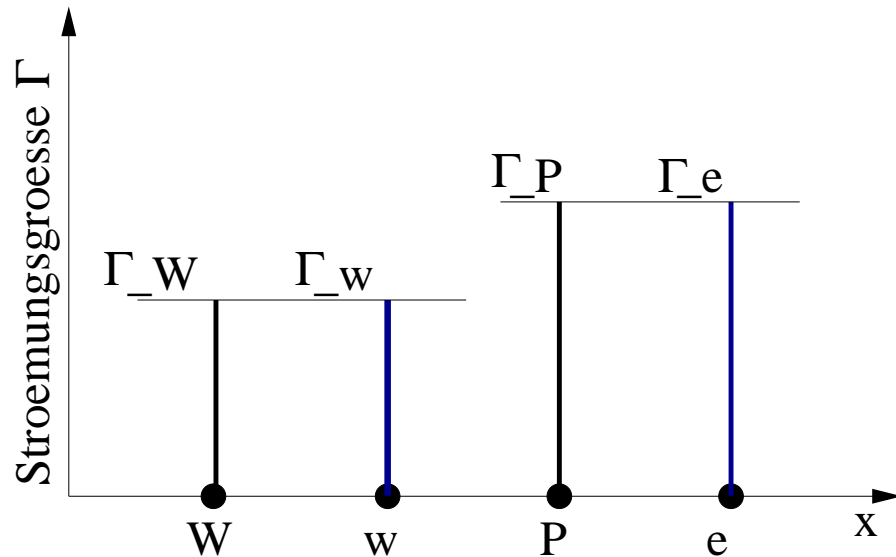


Abb. 3.5: Approximation mittels UDS - Verfahren

Zentraldifferenzen - Interpolationsverfahren (CDS) Beim Zentraldifferenzen - Interpolationsverfahren geht man von einem stückweise linearen Verlauf der Transportgröße zwischen zwei Rechenpunkten aus (siehe Abb. 3.6). Der Funktionswert auf den Grenzflächen e und w wird dann linear interpoliert. Das CDS - Verfahren besitzt einen Approximationsfehler 2. Ordnung, ist aber auf Strömungen mit niedrigen Geschwindigkeiten begrenzt. Denn bei höheren Geschwindigkeiten stimmt die Annahme, dass der Wert auf der Grenzfläche vom stromauf- und stromabwärts liegenden Rechenpunkt im gleichen Maße beeinflusst wird, nicht mehr. Bei höheren Geschwindigkeiten werden Störungen nur noch stromabwärts transportiert.

Quadratisches Upwind - Interpolationsverfahren (QUICK) Das Quadratische Upwind - Interpolationsverfahren geht davon aus, dass die Transportgröße zwischen den Rechenpunkten in Form eines Polynoms 2. Ordnung verteilt ist (siehe Abb. 3.7). Dazu wird wie beim CDS stromaufwärts ein zusätzlicher Rechenpunkt W benötigt. Das

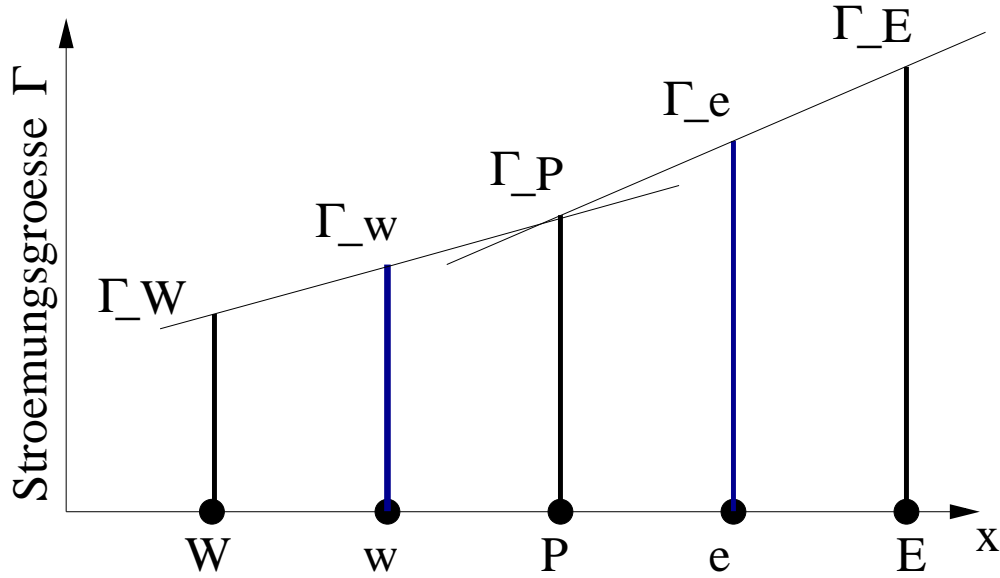


Abb. 3.6: Approximation mittels CDS - Verfahren

QUICK - Verfahren besitzt für ein äquidistantes Gitter einen Abbruchfehler 3. Ordnung.

Approximation der diffusiven Flüsse Die diffusiven Flüsse werden approximiert, indem die Werte der Ableitungen der Transportgröße auf den Kontrollvolumengrenzflächen durch die Werte an den Rechenpunkten ersetzt werden. Dabei wird von einem linearen Verlauf der Transportgröße zwischen Rechenpunkt und Grenzfläche ausgegangen. Eine Möglichkeit ist die Ableitung durch den Zentralknotenquotienten zu ersetzen.

Approximation der Volumenintegrale

Die Volumenintegrale in Gleichung 3.39 werden numerisch angenähert. Wenn man von einer homogenen Verteilung der Funktion f im Kontrollvolumen ausgeht, kann man das Volumenintegral durch das Produkt aus Wert am Rechenpunkt und dem Volumen des Kontrollvolumens approximieren.

$$\int_V f dV = \bar{f} \Delta V \approx f_p \Delta V \quad (3.40)$$

Dieses Verfahren besitzt einen Approximationsfehler 2. Ordnung.

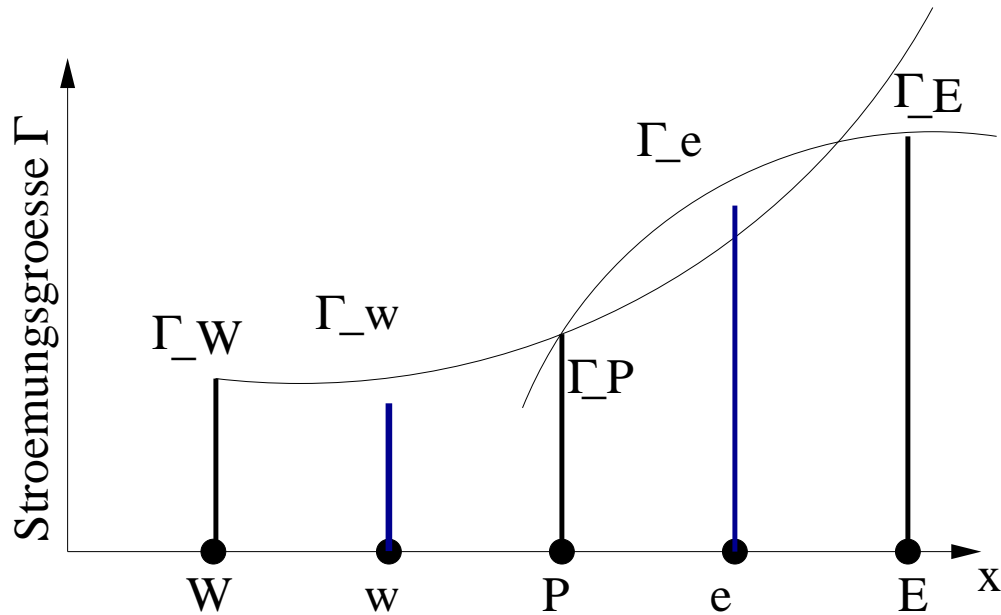


Abb. 3.7: Approximation mittels QUICK - Verfahren

Approximation des Zeitterms

Handelt es sich bei der zu analysierenden Strömung um ein instationäres Problem, muss neben den Raum- auch eine Zeitkoordinate berücksichtigt werden. In diesem Fall muss auch der Zeitterm diskretisiert werden. Somit wird der Wert der Transportgröße nur an diskreten Punkten der Zeitkoordinate bestimmt. Der Zeitterm wird in gleicher Weise wie das Volumenintegral über das Kontrollvolumen integriert (Glg. 3.40). Durch die im Abschnitt 3.5.2 vorgestellten Diskretisierungsmethoden erhält man ein System gewöhnlicher Differentialgleichungen in einem Anfangswertproblem. Die Aufgabe der Zeitdiskretisierung besteht darin, den Wert der Transportgröße entsprechend dem Anfangswert nach einem Zeitintervall δt zu bestimmen. Die Approximation des zeitlichen Verlaufs der Transportgröße erfolgt mittels einer Taylor - Reihenentwicklung. Dabei geht man von einem stückweise linearen Verlauf der Transportgröße über die Zeitintervalle aus. Man unterscheidet zwischen impliziten und expliziten Zeitintegrationsverfahren. Die expliziten Verfahren berechnen die unbekannten Größen nur aus bekannten Werten, sind aber sehr ungenau und können nach wenigen Iterationen zu unsinnigen Werten führen. Bei impliziten Verfahren geht man von noch unbekannten Größen aus, dieses Verfahren ist zwar genau und stabil, benötigt aber wesentlich mehr Rechenaufwand.

Approximationsfehler

Der Unterschied zwischen einer kontinuierlichen, exakten Lösung zu einer mit der Interpolation angenäherten Lösung wird als Approximationsfehler bezeichnet. Um den Approximationsfehler bestimmen zu können, wird der Verlauf der Transportgröße Γ in der Umgebung e eines Rechenpunktes P mit einer Taylorreihe ausgedrückt.

$$\Gamma_e = \Gamma_P + \frac{\Delta x}{2} \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial x} \right)_P + \frac{\Delta x^2}{4 \cdot 2!} \left(\frac{\partial^2 \Gamma}{\partial x^2} \right)_P + \frac{\Delta x^3}{8 \cdot 3!} \left(\frac{\partial^3 \Gamma}{\partial x^3} \right)_P + \dots \quad (3.41)$$

Subtrahiert man von dieser Taylorreihe den Term, mit dem man die Transportgröße ausdrückt, so erhält man den Abbruchfehler. Für das UDS - Verfahren, bei dem der Wert der Transportgröße Γ_P für die Kontrollvolumengrenzfläche e direkt vom stromaufwärts liegenden Rechenpunkt übernommen wird, berechnet sich der Abbruchfehler wie folgt:

$$\begin{aligned} &= \Gamma_e - \Gamma_{e_{UDS}} \\ &= \left[\Gamma_P + \frac{\Delta x}{2} \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial x} \right)_P + \frac{\Delta x^2}{4 \cdot 2!} \left(\frac{\partial^2 \Gamma}{\partial x^2} \right)_P + \frac{\Delta x^3}{8 \cdot 3!} \left(\frac{\partial^3 \Gamma}{\partial x^3} \right)_P + \dots \right] - \Gamma_P \\ &= \frac{\Delta x}{2} \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial x} \right)_P + \frac{\Delta x^2}{4 \cdot 2!} \left(\frac{\partial^2 \Gamma}{\partial x^2} \right)_P + \frac{\Delta x^3}{8 \cdot 3!} \left(\frac{\partial^3 \Gamma}{\partial x^3} \right)_P + \dots \end{aligned} \quad (3.42)$$

D.h. die Ordnung eines Approximationsfehlers wird nach der Potenz der Schrittweite im führenden Glied des Abbruchfehlers definiert. Beim UDS - Verfahren bedeutet das bei $\frac{\Delta x^1}{2} \dots$ einen Abbruchfehler 1. Ordnung. Für die Verfahren, bei denen die Bestimmung des Wertes der Transportgröße auf den Kontrollgrenzflächen mittels einer quadratischen Funktion erfolgt, wird von der Taylorreihe zusätzlich der quadratische Teil abgezogen und der Abbruchfehler wird dementsprechend kleiner.

3.5.3 Finite - Elemente - Methode

Bei der Finite - Elemente - Methode (FEM) wird wie bei der FVM die zu lösenden Differentialgleichung in eine integrale Form überführt. Beide Methoden sind Varianten der *Methode der gewichteten Residuen*. Dabei wird gefordert, dass im gesamten Rechenggebiet G für eine Wichtungsfunktion W_i folgende Gleichung gilt:

$$\int_G L(\Gamma) \cdot W_i dG = 0 \quad (3.43)$$

$L(\Gamma)$ ist die Lösung der allgemeinen Differentialgleichung für die gesuchte Transportgröße Γ , für die gilt: $L(\Gamma) = 0$. Im Fall der FVM wird die Wichtungsfunktion W_i gleich eins gesetzt. Bei der FEM wird die zu berechnende Funktion Γ mit Hilfe einer Ansatzfunktion N_i approximiert. Diese Ansatzfunktion wird stückweise für jedes Element, mit denen das Rechenggebiet diskretisiert ist, definiert. Die gesuchte Transportgröße Γ über ein Element e mit N Knotenpunkten wird wie folgt approximiert:

$$\Gamma^e(x, y, z) = \sum_{i=1}^N N_i^e(x, y, z) \Gamma_i^e \quad (3.44)$$

Um die Verteilung von Γ im gesamten Rechengebiet zu erhalten, summiert man die Einzellösungen der Elemente auf.

$$\Gamma = \sum_{i=1}^M \Gamma_i \quad ; M = \text{Anzahl aller Knoten im Rechengebiet} \quad (3.45)$$

3.6 Randbedingungen

Die zur numerischen Simulation von Strömungsphänomenen verwendeten partiellen Differentialgleichungen stellen sogenannte Rand- oder Anfangswertprobleme dar. Diese Rand- bzw. Anfangswerte werden benötigt um die Differentialgleichungen eindeutig lösen zu können. Randbedingungen lassen sich in drei Klassen unterteilen:

- Dirichlet Randbedingungen
- Neumann Randbedingungen
- Periodische Randbedingungen

3.6.1 Dirichlet - Randbedingungen

Bei Dirichlet - Randbedingungen werden die Werte der abhängigen Variablen direkt vorgegeben. Dies setzt voraus, dass der Wert der Strömungsgröße an der jeweiligen Berandungsfläche bekannt ist. Zur Lösung der Navier - Stokes - Gleichung können folgende Dirichlet - Randbedingungen gesetzt werden.

- Wandhaftbedingung: Im Falle einer viskosen Strömung wird vorausgesetzt, dass die Strömung an der Wand haftet. D.h. die Strömungsgeschwindigkeit ist gleich der Wandgeschwindigkeit.
- Einstromrandbedingung: Für inkompressible Fluide können die Geschwindigkeitskomponenten am Einstromrand explizit vorgegeben werden.

3.6.2 Neumann - Randbedingungen

Im Gegensatz zur Dirichlet - Randbedingung werden bei Neumann - Randbedingungen nicht die expliziten Werte, sondern Gradienten der abhängigen Variablen vorgegeben. Neumann - Randbedingungen werden in folgenden Fällen eingesetzt.

- Druckrandbedingung: Hierbei wird auf Ein- und Ausstromrändern ein Druckgradient vorgegeben.

3.6.3 Periodische Randbedingungen

Wenn die abhängigen Variablen an den Rechenfeldgrenzen periodisch wiederkehren, spricht man von periodischen Randbedingungen. Es wird vorausgesetzt, dass an periodischen Rändern Normal- und Tangentialgeschwindigkeiten, sowie alle skalaren Größen gleich groß sind.

3.7 Konvergenz eines Iterationsverfahrens

Da die Konvergenz eines Iterationsverfahrens entscheidenden Einfluss auf den Verlauf einer Strömungssimulation hat, soll im folgenden Abschnitt kurz auf die Konvergenz von Iterationsverfahren eingegangen werden. Für ein Gleichungssystem welches durch Diskretisierung eines Modells, z.B. Navier - Stokes - Modell, mit einer der genannten Diskretisierungsmethoden gewonnen wurde,

$$\underline{A} \cdot \underline{x} = \underline{b} \quad (3.46)$$

erhält man nach n Iterationen eine approximierte Lösung mit dem Residuum R^n .

$$\underline{A} \cdot \underline{x}^n = \underline{b} - \underline{R}^n \quad (3.47)$$

Definiert man den Iterationsfehler als Differenz von wahrer Lösung und Lösung im n -ten Iterationsschritt

$$\underline{\varepsilon}^n = \underline{x} - \underline{x}^n \quad (3.48)$$

und subtrahiert Gleichung 3.47 von Gleichung 3.46, erhält man folgenden Zusammenhang zwischen Iterationsfehler $\underline{\varepsilon}^n$ und Residuum \underline{R}^n :

$$\underline{A} \underline{\varepsilon}^n = \underline{R}^n \quad (3.49)$$

Die Aufgabe eines Iterationsverfahrens ist es, den Iterationsfehler gegen Null gehen zu lassen.

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \underline{\varepsilon}^n = 0 \quad (3.50)$$

Für die Konvergenz soll gelten:

$$\underline{x}^{n+1} = \underline{x}^n = \underline{x} \quad (3.51)$$

Konvergenzkriterium

Ein Iterationsverfahren bricht dann ab, wenn eine vorgegebene Fehlerschranke δ erreicht wird. Die Fehlerschranke berechnet sich aus dem Quotienten von aktuellem, normiertem Residuum $\|R^n\|$ und dem geforderten Residuum $R_{ref.}$.

$$\frac{\|R^n\|}{R_{ref.}} \leq \delta \quad (3.52)$$

3.8 Volume of Fluid - Methode

Das Volume of Fluid - Modell (VOF) ist das am weitesten verbreitete Verfahren zur Modellierung freier Oberflächen. Jedoch werden beim VOF - Modell Fluidgebiete und nicht deren Oberflächen beschrieben. Dabei wird eine Funktion F eingeführt, welche den Füllstand jedes Kontrollvolumens angibt. Diese Funktion muss innerhalb jeder Iteration bestimmt werden.

Es gilt $F \in [0, 1]$, wobei $F = 0$ einer leeren und $F = 1$ einer vollen Zelle entspricht. Um die Lage des Fluides in der Zelle annähern zu können, wird darüber hinaus der Normalenvektor benötigt. Dieser zeigt in die Richtung, in der sich F am stärksten ändert. Unter der Voraussetzung, dass die freie Oberfläche durch eine Ebene angenähert werden kann, die die Zelle schneidet, lässt sich ihre Lage aus F und dem Normalenvektor \vec{n} eindeutig bestimmen. Für das totale Differential von F gilt:

$$\frac{\partial F}{\partial t} + u \frac{\partial F}{\partial x} + v \frac{\partial F}{\partial y} + w \frac{\partial F}{\partial z} = 0 \quad (3.53)$$

Für inkompressible Fluide kann man Gleichung (3.53) mit der Kontinuitätsgleichung (Glg. 3.5, S. 17) kombinieren und erhält daraus die konservative Formulierung.

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial uF}{\partial x} + \frac{\partial vF}{\partial y} + \frac{\partial wF}{\partial z} = 0 \quad (3.54)$$

Diese Gleichung muss offenbar nur an der freien Oberfläche ausgewertet werden, da im Innenraum des Fluides der gesamte Fluss durch die Kontrollvolumenflächen jeder Zelle zu Null wird. Dies folgt aus 3.53 wegen $F = 1 = \text{const.}$

$$\frac{\partial F}{\partial t} + u \frac{\partial F}{\partial x} + v \frac{\partial F}{\partial y} + w \frac{\partial F}{\partial z} = 0 \Rightarrow \frac{\partial F}{\partial t} = 0 \quad (3.55)$$

Bei der Diskretisierung des Berechnungsgebietes muss besonders darauf geachtet werden, dass die Oberfläche scharf definiert wird und nicht mit der Zeit verwischt oder durch numerische Instabilitäten zu oszillieren beginnt. Nach [Hirt, Nichols, 1981] wird dafür eine sogenannte *Donor-Acceptor*-Diskretisierung empfohlen. Zur Bestimmung des Flusses über eine Kontrollvolumengrenzfläche wird F in und entgegen der Strömungsrichtung untersucht. Damit erhält man eine grobe Abschätzung für die Form der Oberfläche, aus der dann der Fluss explizit berechnet werden kann. Dies soll am Beispiel des Flusses δF durch die rechte Seitenfläche einer Zelle für eine positive x -Geschwindigkeit u gezeigt (siehe Abb. 3.8) werden. Durch das positive Vorzeichen von u ist die Zelle links der Zellgrenze die *donor*-Zelle, die rechts davon die *acceptor*-Zelle. Im weiteren beziehen sich die Indizes D und A auf die *donor*- bzw. die *acceptor*-Zelle. Sei B die Fläche der Zellgrenze zwischen *donor*- und *acceptor*-Zelle. Dann ist das gesamte Volumen, das in der Zeit δt über die Seitenfläche der Zelle wandert, $\delta V = Bu\delta t$. Außerdem sei $\delta x_{A/D}$ die Länge der *donor*- bzw. *acceptor*-Zelle in Strömungsrichtung. Dann berechnet sich das mit Fluid gefüllte Volumen δV_F , das über die Zellgrenze wandert, im wesentlichen zu δVF . Dieses muss in der *acceptor*-Zelle wieder auf den Füllstand umgerechnet werden, was einer Division durch $V_A = B\delta x_A$ gleichkommt.

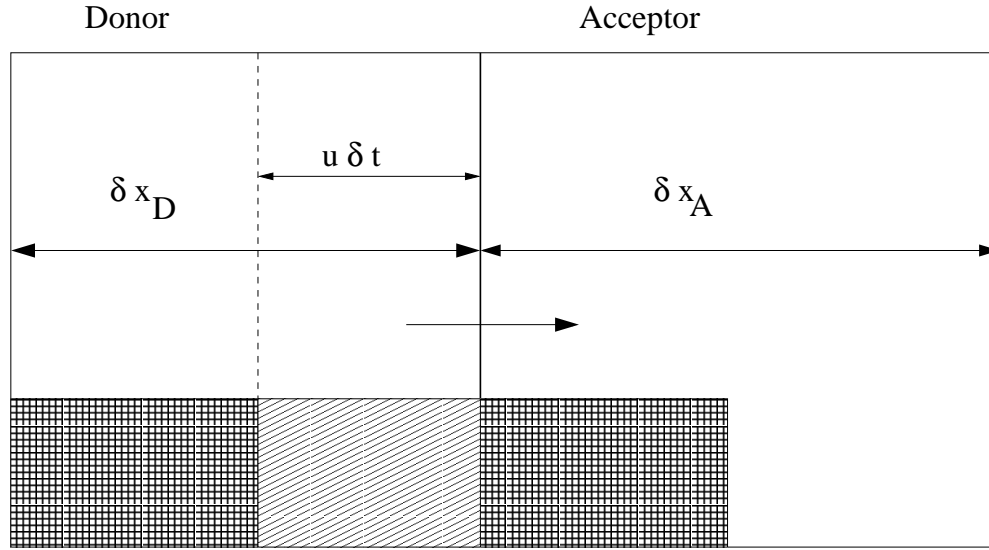


Abb. 3.8: Darstellung der Donor - bzw. Acceptorzelle beim VOF - Modell

Da sich B wieder herauskürzt, benutzt man statt dessen das Volumen $\delta V' = u \delta t$ und $\delta V'_f = \delta V' F$. Zur Bestimmung des Füllstandes δF wird das Volumen durch δx_A geteilt. Zur Berechnung von δF wird der Füllstand F_{AD} (AD: donor- oder acceptor Zelle) herangezogen. Die Auswahl erfolgt nach folgenden Kriterien:

- Oberfläche bewegt sich senkrecht zu sich selbst: $\Rightarrow AD = A$
- für alle andern Fälle $\Rightarrow AD = D$
- Ausnahme: Wenn acceptor-Zelle, oder Zelle stromaufwärts der donor-Zelle leer ist gilt in jedem Fall $\Rightarrow AD = A$

Damit ist das Volumen $\delta V'_F$, das über die Grenzfläche fließt:

$$\begin{aligned} \delta V'_F &= \min(F_{AD}|\delta V'| + CF) \quad \text{mit} \\ CF &= \max[(1 - F_{AD})|\delta V'| - (1 - F_D)\delta x_D] \end{aligned} \quad (3.56)$$

Man geht davon aus, dass der Anteil des Volumens δV , der mit Fluid gefüllt ist, dem Anteil der gesamten Zelle F_{AD} entspricht. $F_D \delta x_D$ repräsentiert die gesamte Fluidmenge, die sich in der *donor*-Zelle befindet. $F_{AD}|\delta V'|$ bezeichnet den Schätzwert für die Fluidmenge, die über die Grenzfläche fließt. CF wird als Korrekturterm bezeichnet, welcher den Fluss des leeren Raumes konsistent hält, so dass $(1 - F_{AD})|\delta V'| - (1 - F_D)\delta x_D$ die Differenz des Schätzwertes des leeren Volumens darstellt, das über die Grenzfläche fließt, sowie die Differenz des gesamten leeren Volumens der *donor*-Zelle. Mit dieser „max-Funktion“ wird sichergestellt, dass nicht mehr „leeres“ Volumen nach A wandert, als sich überhaupt in D befindet. Wenn

$(1 - F_{AD})|\delta V'| > (1 - F_D)\delta x_D$ ist, so muss die Differenz Fluid sein, welches bis zum bisherigen Schätzwert des Fluidflusses zu addieren ist ($CF > 0$). Andernfalls ist keine Korrektur nötig ($CF = 0$).

Die „min-Funktion“ stellt sicher, dass nicht mehr Fluid von D nach A wandert als sich überhaupt in der Zelle befindet. Mit dem so ermittelten Volumen $\delta V'_F$ kann schließlich δF berechnet werden, welches auf F_A aufaddiert wird.

$$\delta F = \frac{\delta V'_F}{\delta x_A} \quad (3.57)$$

Durch Rundungsfehler können die Werte von F das Intervall $[0, 1]$ verlassen, in diesem Fall müssen die Werte auf- bzw. abgerundet werden. Je nach Wert für F wird die Zelle als *Fluid* ($F = 1$), *Empty* ($F = 0$) oder *Surf* ($0 < F < 1$) bezeichnet. Da die Werte 0 und 1 numerisch nicht immer exakt erreicht werden, wird ein sogenannter Schwellwert ε_F eingeführt.

$$f_{ijk} = \begin{cases} 0 & \text{falls } f_{ijk} < \varepsilon_F \\ 1 & \text{falls } f_{ijk} > 1 - \varepsilon_F \\ f_{ijk} & \text{sonst.} \end{cases} \quad (3.58)$$

Für den Fall, dass $f_{ijk} < \varepsilon_F$, werden alle angrenzenden *Fluid*-Zellen zu *Surf*-Zellen. Dazu werden deren F -Werte um den Faktor 1.1ε reduziert. Letztlich gilt es die Randbedingungen an der unbekannten freien Oberfläche und deren Steigung und den daraus resultierenden Normalvektor zu bestimmen. Als diskretisierte Näherung wird für die Oberfläche im zweidimensionalen Fall folgende Formulierung verwendet:

$$\begin{aligned} Y_i &= Y(x_i) = F_{i,j-1}\delta y_{j-1} + F_{i,j}\delta y_j + F_{i,j+1}\delta y_{j+1} \\ X_j &= X(y_j) = F_{i-1,j}\delta x_{i-1} + F_{i,j}\delta x_i + F_{i+1,j}\delta x_{i+1} \end{aligned} \quad (3.59)$$

Damit können die diskreten Näherungen

$$\left[\frac{dY}{dx} \right]_i = 2 \frac{Y_{i+1} - Y_{i-1}}{\delta x_{i+1} + 2\delta x_i + \delta x_{i-1}} \quad (3.60)$$

und

$$\left[\frac{dX}{dy} \right]_j = 2 \frac{X_{j+1} - X_{j-1}}{\delta y_{j+1} + 2\delta y_j + \delta y_{j-1}} \quad (3.61)$$

bestimmt werden. Ist $\left[\frac{dY}{dx} \right]_i < \left[\frac{dX}{dy} \right]_j$, so verwendet man Gleichung (3.60), andernfalls Gleichung (3.61). Durch das Vorzeichen des betragsmäßig größeren der beiden Terme (3.60, 3.61) wird die Orientierung festgelegt. Für $\left[\frac{dY}{dx} \right]_i < \left[\frac{dX}{dy} \right]_j < 0$ liegt das Fluid unterhalb der Oberfläche, ansonsten darüber.

Mittels der Funktionen $Y(x)$ und $X(y)$ lässt sich die lokale Krümmung und der Druck, der durch die Oberflächenspannung hervorgerufen wird, berechnen.

- Vorteile der VOF - Methode
 - extrem speichereffizient, gegenüber Strömungen ohne FO kommt lediglich ein Array F hinzu.
 - auf beliebige Oberflächenprobleme anwendbar (z.B. Ablösung oder Zusammentreffen von Fluidteilchen)
- Nachteile
 - Verletzung der Volumenerhaltung (Glg. 3.58)
 - geringe Auflösung, Oberfläche aus Füllstand und Normalvektor i. A. nicht stetig
 - sehr komplex bei mehr als zwei Phasen

4 Erzeugung des Rechengitters

4.1 Verwendete Software

Zur Erzeugung des Gitters wurde die kommerzielle Software ICEM CFD der Firma ANSYS verwendet. Dabei verläuft die Gittergenerierung in folgenden Schritten ab:

- Import bzw. Erzeugung der Geometriedaten: Die Kanalgeometrie wurde in ICEM CFD erstellt, die Geometrie des Schleppmodells wurde im IGES-Format importiert.
- Bearbeitung/Reparatur der Geometriedaten: Aufgrund der unterschiedlichen Datenformate kommt es teilweise zu falschen bzw. unvollständigen Darstellungen von Kurven und Flächen. Kanten von benachbarten Flächen schneiden sich oder berühren sich nicht; Kurven sind mehrfach überlagert, in Segmente unterteilt oder nicht bis zum eigentlichen Endpunkt durchgeführt. Neue Geometrielinien müssen zur besseren Projektion (s. u.) neu erzeugt werden.
- Erzeugung eines initialen Blocks, der die gesamte Geometrie umfasst.
- Unterteilung dieses Initial-Blocks in Teilblöcke, bis eine sinnvolle Diskretisierung des Rechengebietes möglich ist (s. u.).
- Unterteilung der Blockkanten in die gewünschte Gitterpunktanzahl, ggf. mit nicht uniformen/linearen Verteilungen der Gitterpunkte.
- Überprüfung der Gitterqualität (s. u.).
- Ggf. Anpassung der Verteilung der Gitterpunkte bzw. der Lage der Blockkanten. Dieser Teilschritt nimmt wegen seiner hoch iterativen Natur im Zusammenspiel mit der Überprüfung der Gitterqualität sehr viel Zeit in Anspruch.
- Erzeugung des „Mesh“, also des Gitters im Raum zwischen den Berandungen.
- Festlegen des Löser.
- Festlegen der Art der Randbedingung auf den diversen Flächen.
- Export der Dateien für den Löser (s. Kapitel 5)

Ein besonderes Merkmal des Gittererzeugungs-Moduls von ICEM CFD ist die Projektion von Elementen der Gitterstruktur (Knoten, Kanten, Flächen) auf Elemente der Geometrie-Struktur (Punkte, Kurven, Oberflächen). So werden die oben erwähnten *Knoten* an den gemeinsamen Ecken der Blöcke mit *Punkten* der Geometrie assoziiert;

Blockkanten werden auf Geometriekurven projiziert, und Blockflächen auf Geometrie-Oberflächen. Der große Vorteil dieses Verfahrens besteht darin, dass das durch das Netz der Blockkanten aufgespannte *logische* Rechnernetz bezüglich des Anschlusses der Gitterblöcke aneinander immer konsistent bleibt. Es können also keine Lücken zwischen Gitterbereichen offen bleiben, auch wenn in der Geometrie (also dem *physikalischen* Rechengebiet) kleine Unterbrechungen bestehen sollten. Das ermöglicht eine praktikable Anbindung an bestehende CAD-Systeme bzw. daraus generierten Geometrie-Daten, die oft nicht mit allen Merkmalen in andere Systeme importiert werden können. Die Erstellung einer so komplexen Geometrie wie die der „DYNA“ wäre ohne die Verwendung eines „externen“ CAD-Werkzeuges kaum zu bewältigen.

Abbildung 4.1 zeigt die Kanten dieses Gitternetzes im Bereich des Schiffsrumpfes. Blaue und schwarze Linien sind die Eckkanten der den Schiffsrumpf mit Kiel und Ruder *umgebenden* Blöcke; die grünen Linien sind die äußeren Kanten der Blöcke, die den Schiffsrumpf, den Kiel und das Ruder *bilden*.

4.2 Diskretisierung des Rechengebietes

Die in Kapitel 3.2 bereits vorgestellte Navier-Stokes-Gleichung (s. Gleichung 3.9) als Bestimmungsgleichung des Strömungsproblems ist hergeleitet aus einem kontinuumsmechanischen Ansatz. Durch die Unendlichkeit des reellen Zahlenraumes wird eine *kontinuierliche* numerische Lösung der Differentialgleichungen aber unmöglich. Daher wird das Berechnungsgebiet in eine endliche Anzahl von Kontrollvolumen diskretisiert. Die Strömungsgrößen werden dann nur noch an den Mittel- oder Eckpunkten der Kontrollvolumen berechnet und der so gewonnene Wert anschließend über das Kontrollvolumen integriert. Flüsse der interessierenden Größen über die Grenzflächen der Kontrollvolumen werden mit den in Abschnitt 3.5.2 erwähnten Methoden ermittelt.

4.2.1 Gittertopologie

Bei der Topologie der Rechengitter unterscheidet man 3 Typen von Netzen (s. [Majidi, 1999]), die im Folgenden kurz charakterisiert werden:

- Strukturierte oder reguläre Rechnernetze
- Unstrukturierte Rechnernetze
- Blockstrukturierte Rechnernetze
- Hybride Rechnernetze

Strukturierte oder reguläre Rechnernetze

Diese bestehen je nach Dimension der Geometrie¹ aus zwei bzw. drei Netzliniengrup-

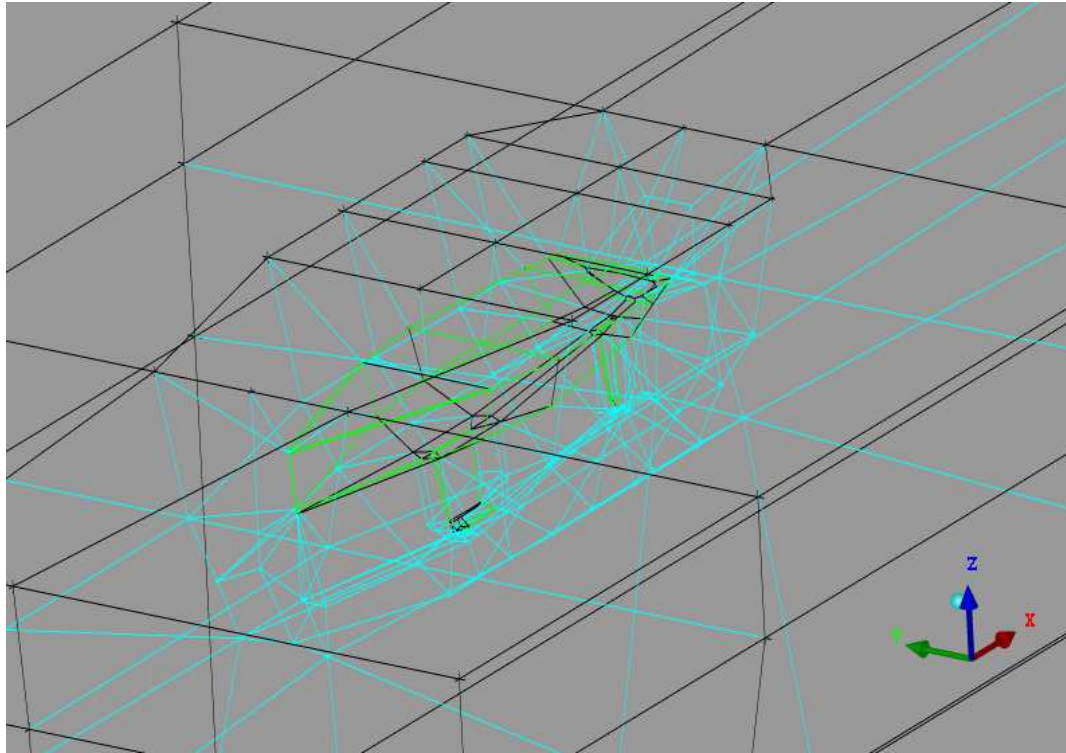


Abb. 4.1: Netzstruktur des Gitters; schwarze und blaue Linien sind Kanten der umgebenden Blöcke und sind lückenlos aneinander angeschlossen. Grüne Kanten sind Berandungen der inneren Blöcke, die Rumpf, Kiel und Ruder abbilden.

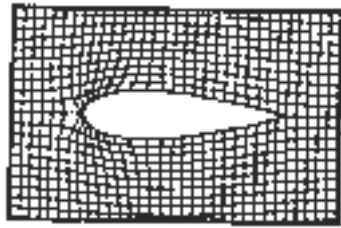


Abb. 4.2: Beispiel eines H-Gitters um einen profilförmigen Querschnitt. Quelle: [Thompson et al., 1997]

pen (I-, J-, K-Gruppe), deren Mitglieder die Mitglieder der anderen Gruppe(n) genau einmal und die der eigenen Gruppe keinmal schneiden dürfen. Dadurch können die Netzlinien einer Gruppe fortlaufend nummeriert werden, und jeder Punkt des Netzes kann durch ein Indexpaar bzw. -tripel identifiziert werden. Bezüglich eines Punktes P ist der Index eines Nachbarpunktes in der entsprechenden Richtung (I, J, K) genau um 1 verschieden vom Index von P. Als Folge davon entstehen hexaedrische (3D) bzw. quaderförmige (2D) Kontrollvolumina.

Abbildung 4.2 zeigt ein sog. H-Gitter, bei dem die Berandungslinien aus offenen Linien bestehen. Es ist bereits hier an der stumpfen Seite des Profils erkennbar, dass bei starken Krümmungen der Geometrie (gegenüber der äußeren Berandung) ein H-Gitter der Geometrie nicht optimal folgen kann; die Zellen in diesem Bereich weichen erkennbar von einer orthogonalen Form ab.

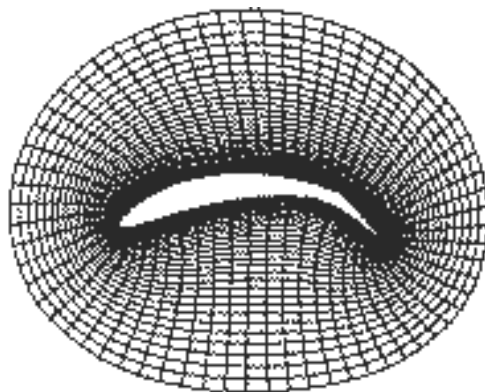


Abb. 4.3: Beispiel eines O-Gitters um ein Tragflügelprofil. Quelle: [Thompson et al., 1997]

¹Wenn im Folgenden von „Geometrie“ die Rede ist, sind die Punkte, Kurven und Oberflächen der Berandung des physikalischen Rechengebietes gemeint, also sowohl des *durchflossenen Kanals* als auch des *umflossenen Modells*.

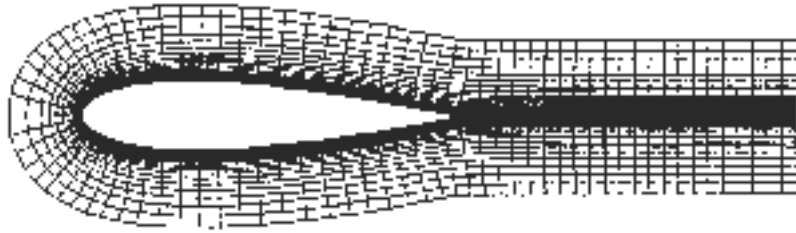


Abb. 4.4: Beispiel eines C-Gitters um einen profilförmigen Querschnitt. Quelle: [Thompson et al., 1997]

Abbildung 4.3 gibt beispielhaft einen anderen Typ eines strukturierten Gitters wieder, ein sog. O-Gitter. Hier werden die „Stirnseiten“ eines H-Gitters aneinander gefügt, wodurch geschlossene Berandungslinien entstehen. Die Gitterzellen folgen der Geometrie unter fast durchgängiger Beibehaltung der Rechtwinkligkeit zur Berandung. Die Winkligkeit der Zellen wird später als Qualitätskriterium zur Beurteilung des Gitters genutzt. In der vorliegenden Arbeit werden an den verschiedensten Stellen O-Gitter verwendet, um die Degenerierung von Zellen zu vermeiden.

Ein dritter Typ von strukturiertem Gitter ist das sog. C-Gitter, bei dem eine Seitenkante bzw. -fläche an sich selber angeschlossen wird, sodass halboffene Berandungslinien entstehen (s. Abb. 4.4). Der Vorteil der strukturierten Netze liegt darin, dass zum einen die Netzknoten an den Berandungen des Rechengebietes durch die minimalen und maximalen Indizes gegeben und bekannt sind und dass infolgedessen die Datenstrukturen bei diesen Netzarten recht einfach sind ([Majidi, 1999]). Der Nachteil dieser Netze liegt darin, dass sie geometrisch nicht flexibel genug sind, um komplexeren Geometrien zu folgen bzw. mit einem einzigen Gitter das gesamte Rechengebiet zu modellieren; darüber hinaus ist eine lokale Verfeinerung des Gitters nur bedingt möglich.

Unstrukturierte Rechnernetze

Diese Netztypen zeichnen sich dadurch aus, dass die Gitterpunkte beliebig angeordnet sein können. Die entstehenden Kontrollvolumina sind dabei nicht mehr notwendig Hexaeder (oder Quader im zweidimensionalen Fall), sondern können praktisch beliebige Formen annehmen. I. A. werden jedoch tetrahedrische (bzw. dreieckige) und hexaedrische (bzw. quaderförmige) Elemente benutzt. Diese Netze sind geometrisch sehr flexibel und sind außerdem für eine automatische Gittergenerierung geeignet. Der Nachteil dieser Gitter liegt in der aufwendigeren Datenstruktur, in der alle Nachbarschaftsinformationen über angrenzende Zellen enthalten sein müssen; dadurch steigt der Speicheraufwand deutlich. Tetraedrische Gitter sind darüberhinaus nur von 1. Ordnung genau; hexaedrische, strukturierte Gitter sind dagegen von 2. Ordnung genau. Außerdem ist die Anzahl der erforderlichen Zellen in einem gegebenen Rechengebiet erheblich größer als bei strukturierten Netzen. Da bei der vorliegenden Arbeit größtmögliche Genauigkeit angestrebt wurde, wurde das gesamte Gitter strukturiert erzeugt.

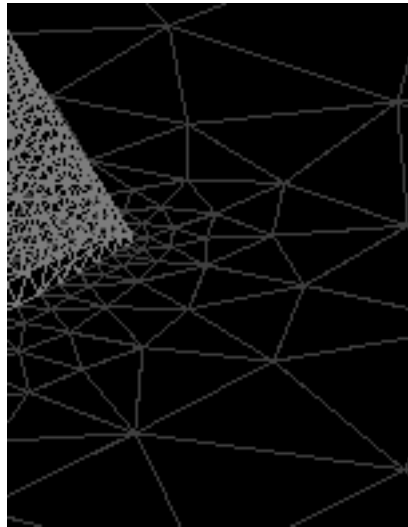


Abb. 4.5: Beispiel eines unstrukturierten Gitters um einen profilförmigen Querschnitt. Quelle: [Unstr. Gitter]

Blockstrukturierte Rechnetze

Blockstrukturierte Gitter werden aus mehreren strukturierten Gitterblöcken zusammengesetzt. Zusätzlicher Speicheraufwand wird dabei lediglich für die Nachbarschaftsinformationen der benachbarten Blöcke benötigt. In der vorliegenden Arbeit wurde das Berechnungsgebiet in ein blockstrukturiertes Gitter mit annähernd 150 einzelnen Blöcken unterteilt.

Hybride Rechnetze

Gewissermaßen eine Synthese aus den vorangegangenen Netztypen stellt das hybride Gitter dar. Hierbei wird das Rechenggebiet in verschiedene Blöcke unterteilt, die jeweils strukturiert oder unstrukturiert diskretisiert werden können. Auf diese Weise lassen sich komplexe Geometrien mittels verschiedener Topologien modellieren, indem die einzelnen Blöcke zu einer Gesamtstruktur zusammengefügt werden.

4.2.2 Berandung des Rechenggebietes

Da in dieser Arbeit die Kräfte an einem Modell im Schlepptank numerisch im Maßstab 1:1 ermittelt und anschließend anhand der Messergebnisse validiert werden sollen, wird zur möglichst exakten Modellierung das Rechenggebiet ebenfalls mit den Abmessungen des Schleppkanals dimensioniert. Der über der Wasserlinie liegende Teil des Modells wird in die Rechnung mit einbezogen, da das reale Modell beim Schleppen auch einen Luftwiderstand durch den Fahrtwind erfährt. Das Modell erhebt sich ca. 70 cm über die Wasseroberfläche, daher wird insgesamt 1 m Platz über der Wasserlinie gelassen.

Der Kanal hat einen Tiefgang von 4.8 m, es ergibt sich also eine Gesamthöhe des numerischen Kanals von 5.8 m (s. Abbildung 4.6). Als äußere Berandung wird also ein

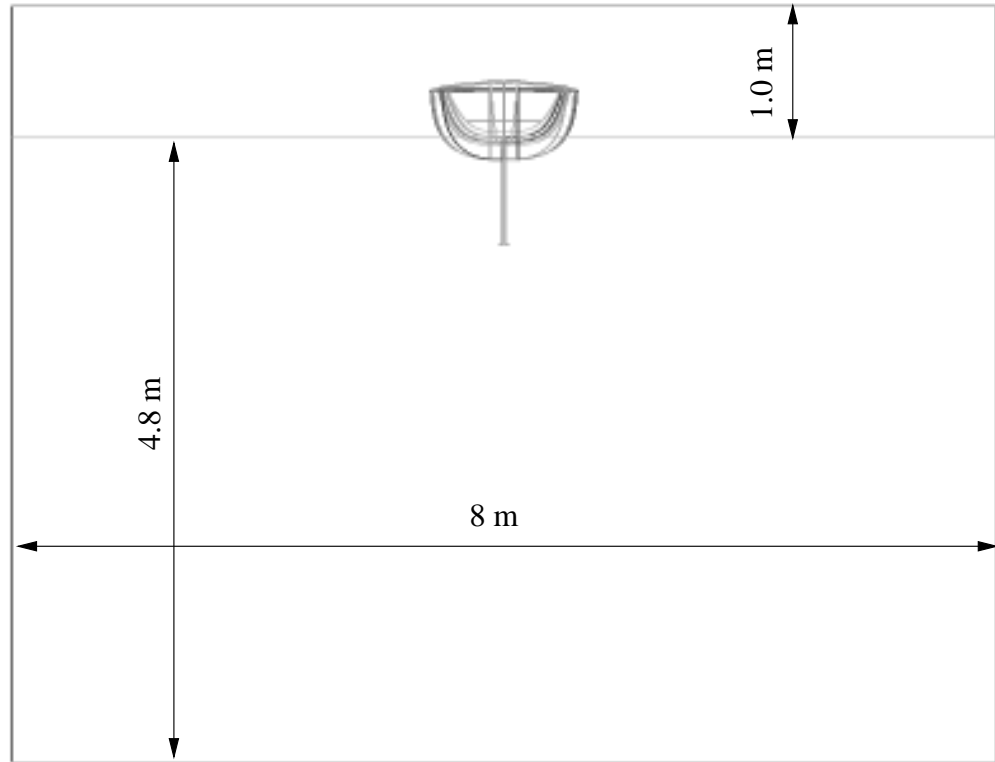


Abb. 4.6: Abmessungen des Schleppkanals im Querschnitt. Der numerische Kanal ist identisch dimensioniert.

Abschnitt des Schleppkanals erzeugt, der 8 m breit und 5.8 m hoch ist. Zur Reduzierung der Zellenanzahl wird die Länge des realen Schleppkanals nicht übernommen, da man davon ausgehen kann, dass die Störungen im Fluid nach einer gewissen Distanz soweit abgeklungen sind, dass keine numerischen Probleme an den Rändern des Kanals auftreten. Daher wird *vor* dem Modell 1 Modelllänge (4 m), *hinter* dem Modell 4 Längen Platz gelassen. Ausgehend von der Ausbreitung des Wellensystems wird das Bugwellensystem ca. 15 m vom Einlass² entfernt auf die Seitenwandung des Kanals treffen, das Heckwellensystem entsprechend bei ca. 19 m. Die restlichen 6 Meter sollten ausreichen, damit auch Störungen aus Reflexionen an Seitenwänden abklingen können. Der numerische Kanal ist also 24 m lang.

²Das verwendete Koordinatensystem hat seinen Ursprung mittig auf Höhe der Wasserlinie an der „stromauf“ liegenden Fläche des Kanals. Die (positiven) Koordinatenrichtungen liegen entsprechend einem rechtsdrehenden System wie folgt: x: entgegen Fahrtrichtung, y: Steuerbord; z: nach oben

Neben dieser äußeren Berandung besteht die innere Berandung aus dem umströmten Rumpf des Modells. Die Oberfläche des Modells ist in drei Teilbereiche unterteilt: Rumpf, Kiel und Ruder.

4.2.3 Erzeugung der Kontrollvolumina

Die Diskretisierung des so definierten Rechengebietes in einzelne kleine Kontrollvolumina geschieht bei strukturierten Gittern durch Unterteilung der Randkurven in den zwei bzw. drei Koordinatenrichtungen. Aus diesen - ggf. auch nicht äquidistanten - Randunterteilungen werden mittels einer Interpolationsvorschrift die Punkte auf den Randflächen erzeugt. Anschliessend unterteilt die Software entsprechend der Randflächen-Diskretisierung durch Lösen eines Gleichungssystems den gesamten Rechenraum in einzelne Kontrollvolumina.

Wie bereits erwähnt, wurde in der vorliegenden Arbeit wegen der komplexen Geometrie ein blockstrukturiertes Gitter erzeugt. Dazu wurde zunächst der initiale Block generiert, der den Schleppkanal darstellt. Anschließend wurde dieser Block durch horizontale und vertikale „Splits“ (in der x-z-Ebene und y-z-Ebene) immer weiter unterteilt, sodass schließlich das Modell von einem innersten Block umschlossen ist. In diesem innersten Block wurde zur Erzeugung möglichst orthogonaler Zellen (s. a. Abschnitt 4.3.1) ein O-Gitter erstellt, das den gesamten Rumpf umschließt. Die Blöcke von Kiel und Ruder wurden jeweils mit einem weiteren O-Grid umhüllt. Die umgebenden Blöcke werden sämtlich als H-Gitter strukturiert. Auf diese Weise wird es möglich, die Berandungen des Modells, die in ihrem Verlauf teilweise eine Richtungsänderung von 90° erfahren (Decksante, Wasserlinie, Kielfuß, etc.), unter Beachtung der Forderung nach Orthogonalität an die umgebenden H-Gitter-Blöcke anzuschließen.

Abbildung 4.7 zeigt das sog. „Blocking“ (Blockunterteilung) des Kanals samt Modell am aufgeschnittenen Kanal. Die gelben Blöcke sind die äußeren Anschlussflächen des den Rumpf umschließenden O-Gitters. Abbildung 4.8 zeigt das um den Rumpf gelegte O-Gitter. Die blauen Flächen sind die Innenseiten des umgebenden O-Gitters, die an die Blöcke des Rumpfes anschließen. Unter dem Rumpf ist gelb der vordere Bereich des O-Gitters um den Kiel zu erkennen. Entlang der x-Achse sind im vorderen H-Block 30 Gitterpunkte angeordnet, im mittleren Block 275 und im hinteren Block (Nachstromgebiet) 45 Punkte. In y-Richtung sind die zwei äußeren Blöcke mit je 30 Punkten unterteilt, der mittlere Block mit 15. In z-Richtung ist der unterste Block mit 30 Gitterpunkten diskretisiert, der mittlere Block mit 80 Punkten und der oberste Block mit 40 Punkten. Dabei modelliert der oberste Block den Bereich oberhalb der Wasserlinie, der mittlere Block den Bereich zwischen Wasserlinie und Kielboden, und der untere Block den Bereich der freien Strömung unterhalb der Geometrie.

Beidseitig der Wasserlinie ist die Gitterpunktverteilung verfeinert, um die sich verformende freie Fluidoberfläche angemessen auflösen zu können. Mit der in Abschnitt 3.8 angesprochenen Volume-Of-Fluid-Methode (VOF) wird in jeder Iteration der Phasenanteil in jeder Zelle berechnet und zur Darstellung der freien Oberfläche benutzt. Je feiner die Bereiche diskretisiert sind, in denen mit beiden Phasen gefüllte Zellen zu erwarten sind, um so genauer wird die Darstellung der freien Oberfläche. Die Zellen unmittelbar über und unter der Ruhewasserlinie sind 1 mm hoch, die Expansionsrate

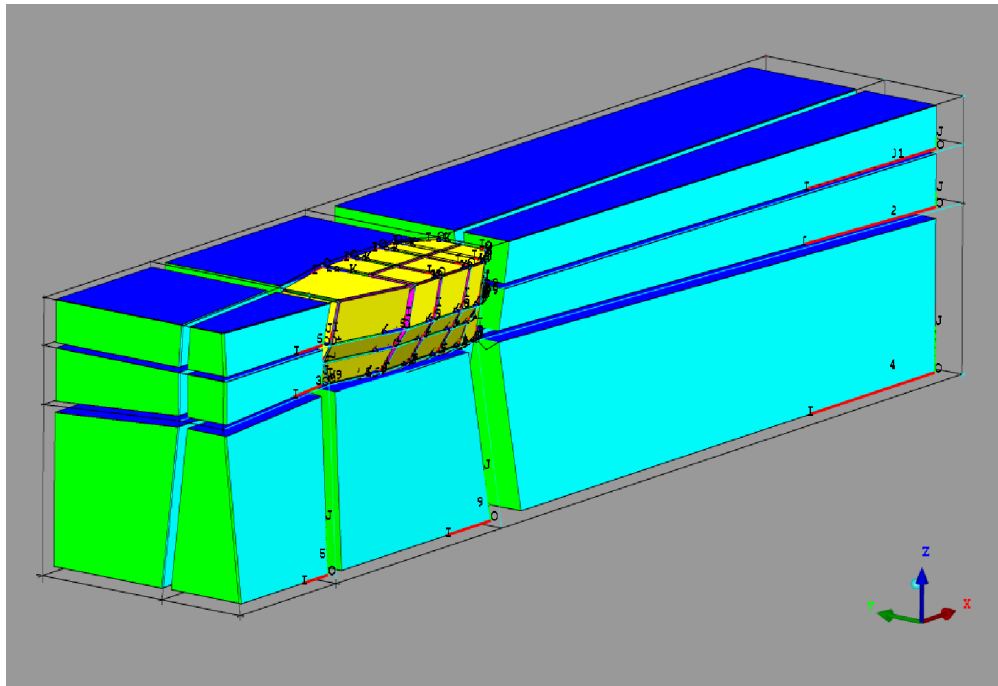


Abb. 4.7: Blockunterteilung des Kanals mit Modell. Die erste Reihe von Blöcken (die an die hellblauen Flächen anschließen würde) ist ausgeblendet.

der anschließenden Zellen ist gering; sie lösen den erwarteten Bereich der Oberflächenverformung ausreichend auf.

4.2.4 Gittererzeugung an stark gekrümmten Konturen

An stark gekrümmten Berandungen kann es durch den notwendigen Anschluss an ein umgebendes H-Gitter zu degenerierten Zellen kommen. Im Extremfall führt das z. B. bei einer 2-dimensionalen vierseitigen Gitterzelle dazu, dass benachbarte Gitterlinien kollinear verlaufen, d.h. der eingeschlossene Winkel wächst bis annähernd 180° .

Stellen mit starken Krümmungen finden sich am Kiel, Ruder, Spiegel und Bug. An diesen Stellen wurden O-Gitter verwendet, um die Degenerierung der Zellen zu verhindern. Die Abbildung 4.9 zeigt die Verbesserung der Orthogonalität der Zellen am vorderen Übergang der Kielseitenflächen in die Kielsohle. Analog wurde mit der Endfläche des Ruders verfahren.

An der Unterkante des Spiegels traten ebenfalls degenerierte Zellen auf. Abbildung 4.10 zeigt das Netz im ursprünglichen Zustand und die an der Spiegelunterkante entstehenden degenerierten Zellen sowie das unter Verwendung eines O-Gitters verbesserte Gitter. Die Deckskante an der Stevenbucht erwies sich als ähnlich problematisch wie der Kielboden bzw. die Endfläche des Ruders. Daher wurde auch dort ein O-Grid

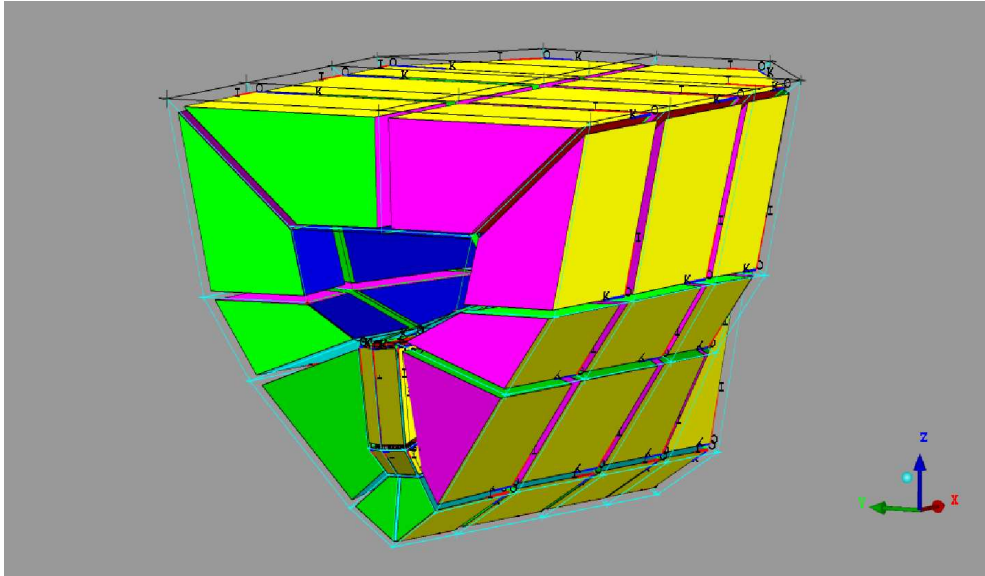


Abb. 4.8: Blockunterteilung des Rumpfes mittels O-Gitter.

verwendet, um die starke Aufweitung der Zellenwinkel an der Kante zu verhindern (s. Abbildung 4.11).

4.3 Beurteilung des Gitters

4.3.1 Qualitätskriterien im Preprocessing

Zur Beurteilung der Qualität des Gitters gibt es unterschiedliche Kriterien (s. [Majidi, 1999]):

- Die **Orthogonalität** der Gitterzellen bzw. der Zellenkanten soll möglichst groß sein; Winkel zwischen den Gitterlinien, die kleiner als 20° sind, können zu Ungenauigkeiten und zu Konvergenzschwierigkeiten führen; die wandnächsten Gitterelemente sollten rechtwinklig zur Wand sein.
- Das **Seitenverhältnis** der Zellenkanten sollte nicht größer als 10-100 sein.
- Die **Expansionsraten** der Gitterpunktabstände sollen kleiner als 1.3 bleiben.
- In Bereichen großer Gradienten der Strömungsgrößen sollen die Gitterabstände verkleinert werden.
- Gitterlinien sollen den erwarteten Stromlinien angepasst werden.

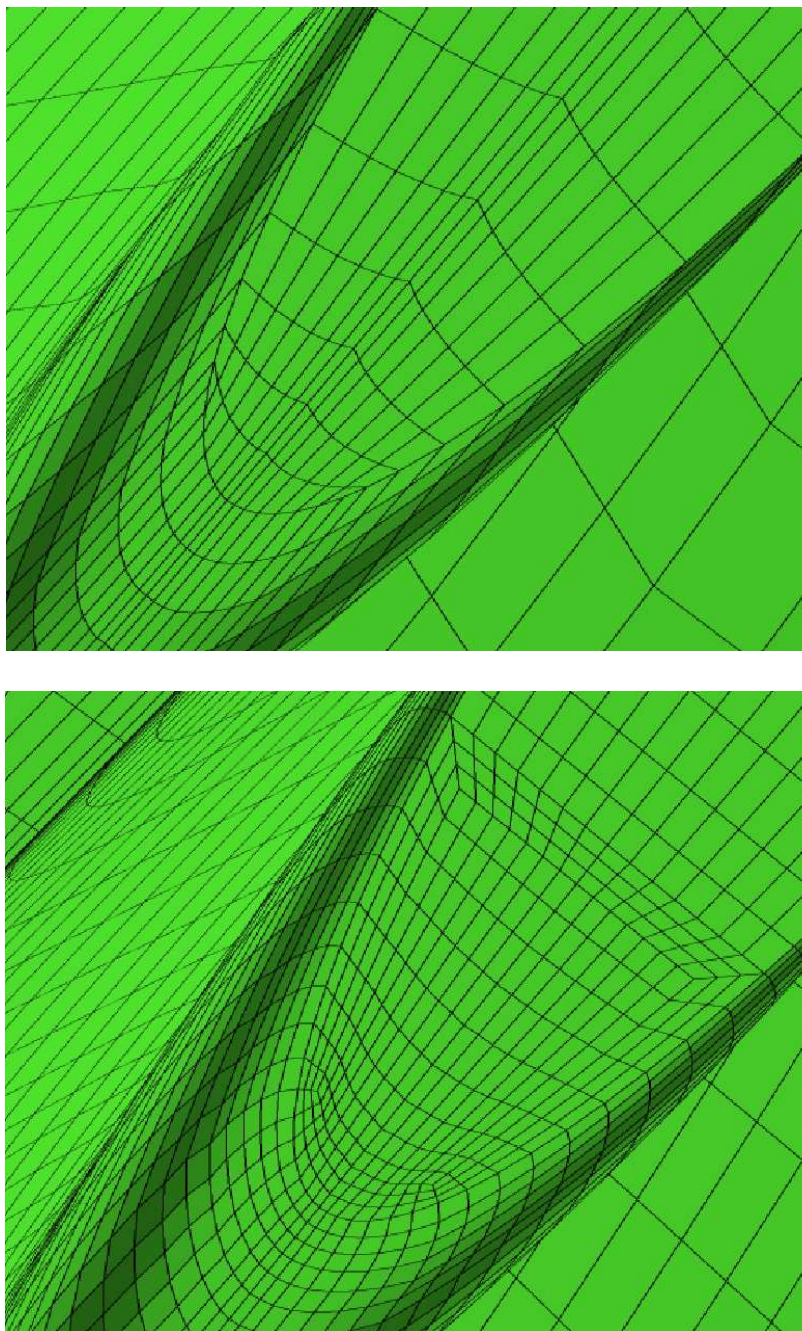


Abb. 4.9: Kielboden mit degenerierten Zellen aus H-Gitter und verbesserter Orthogonalität bei Verwendung eines O-Gitters.

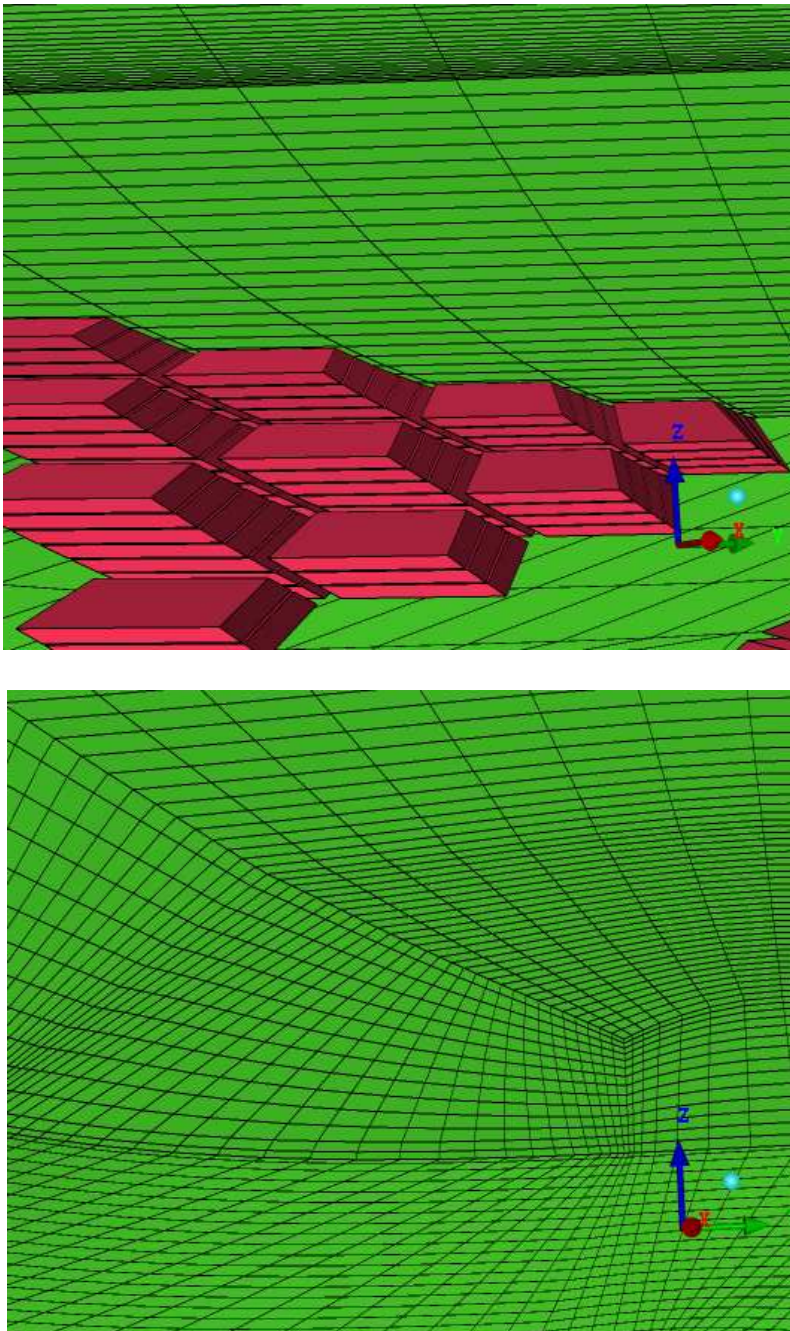


Abb. 4.10: Spiegel mit degenerierten Zellen aus H-Gitter und verbesserter Orthogonalität bei Verwendung eines O-Gitters (Blickrichtung von achtern).

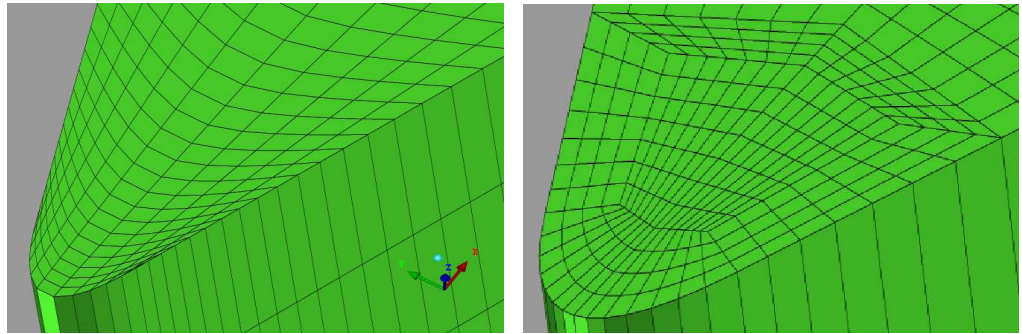


Abb. 4.11: Stevenbucht mit degenerierten Zellen aus H-Gitter und verbesserter Orthogonalität bei Verwendung eines O-Gitters.

Als Nachweis der Güte des erzeugten Gitters werden die Werkzeuge herangezogen, die ICEM-CFD selbst zur Verfügung stellt. Mittels des sog. „Quality-Checks“ ergibt sich für die Zellenwinkel unter 20° das Histogramm in Abbildung 4.12. Es gibt nur sehr wenige Zellen, die diesem Kriterium nicht genügen, und diese liegen ausnahmslos im Bereich des achteren Kieleinlaufs in den Rumpf. Wie in Abbildung 4.12 zu erkennen ist, liegt die Ursache in dem fast tangentialen Einlauf der Kielhinterkante in den Rumpf. Diese wenigen hundert Zellen werden in Kauf genommen und erweisen sich in der Rechnung auch als nicht hinderlich für die Konvergenz. Eine mögliche Lösung wäre gewesen, die Geometrie der Kielhinterkante etwas zu verändern, sodass der Einlauf weniger spitz gewesen wäre. Damit würde jedoch das Ziel einer korrekten Modellierung des Strömungsproblems aufgegeben.

Eine andere Möglichkeit wäre die Verwendung eines hybriden Gitters gewesen, bei dem der fragliche Bereich mit einem unstrukturierten, tetraedrischen Gitter diskretisiert worden wäre. Da die Verwendung eines rein strukturierten Gitters angestrebt wurde, wurde die abgebildete Lösung beibehalten.

Grundsätzlich ist zur Forderung der Orthogonalität der Gitterlinien bzw. Zellen anzumerken, dass ICEM-CFD zwar theoretisch über die Möglichkeit verfügt, die Gitterlinien automatisch zu „glätten“, d. h. den Einlauf von Linien möglichst tangential zur Anschlusslinie bzw. orthogonal zur kreuzenden Linie zu gestalten. Bei Gittergrößen mit mehr als 1 Million Zellen arbeitet dieses Werkzeug anscheinend nicht mehr korrekt, das Programm stürzt ab. Daher ist das Gitter in der vorliegenden Arbeit vollständig „von Hand“ erstellt.

Das Seitenverhältnis der Zellen ist auf die gleiche Weise wie die Winkel dokumentiert. Abbildung 4.13(a) zeigt das Histogramm der Seitenverhältnisse größer als 100, und Abbildung 4.13(b) die Lage der Zellen. Es zeigt sich, dass die großen Seitenverhältnisse als Folge der starken Verfeinerung des Gitters zur Wasserlinie hin auftreten. Da diese Zellen in Bereichen liegen, in denen (noch) keine nennenswerten Gradienten im Fluid zu erwarten sind, bzw. diese schon wieder abgeklungen sein dürften, werden die großen Seitenverhältnisse in Kauf genommen. Die Expansionsraten der Gitterabstände liegen auf allen Kanten zwischen 1 und 1.4. Damit sind auch starke Volumenänderun-

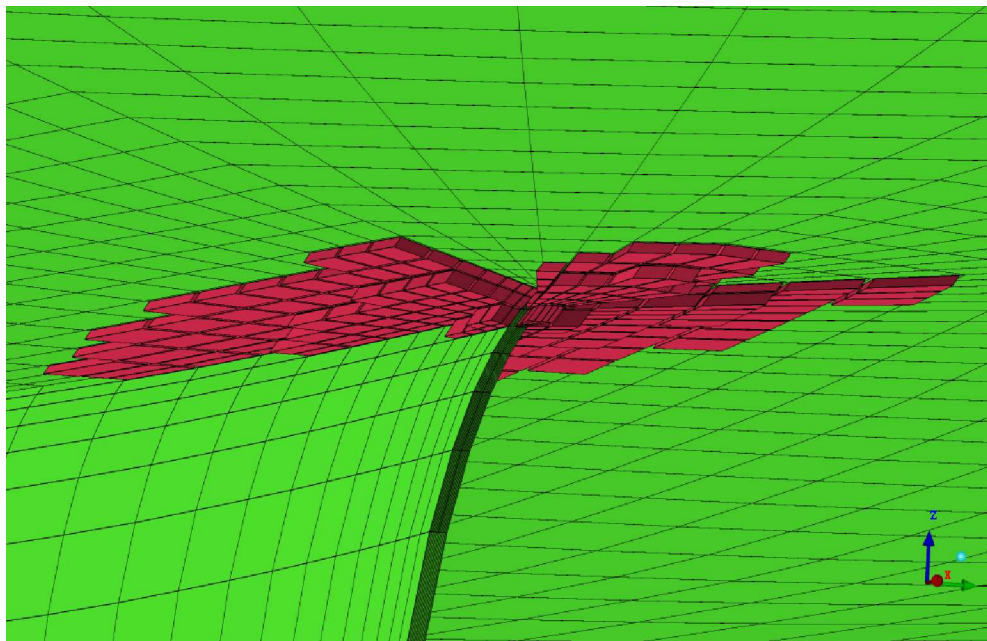
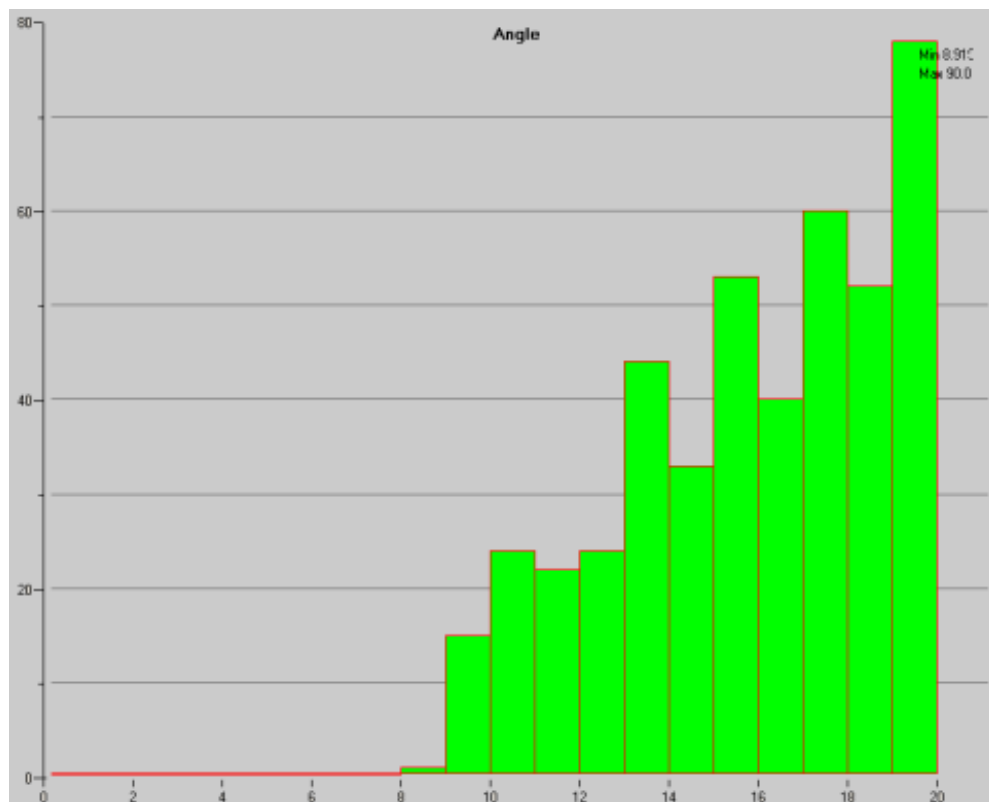
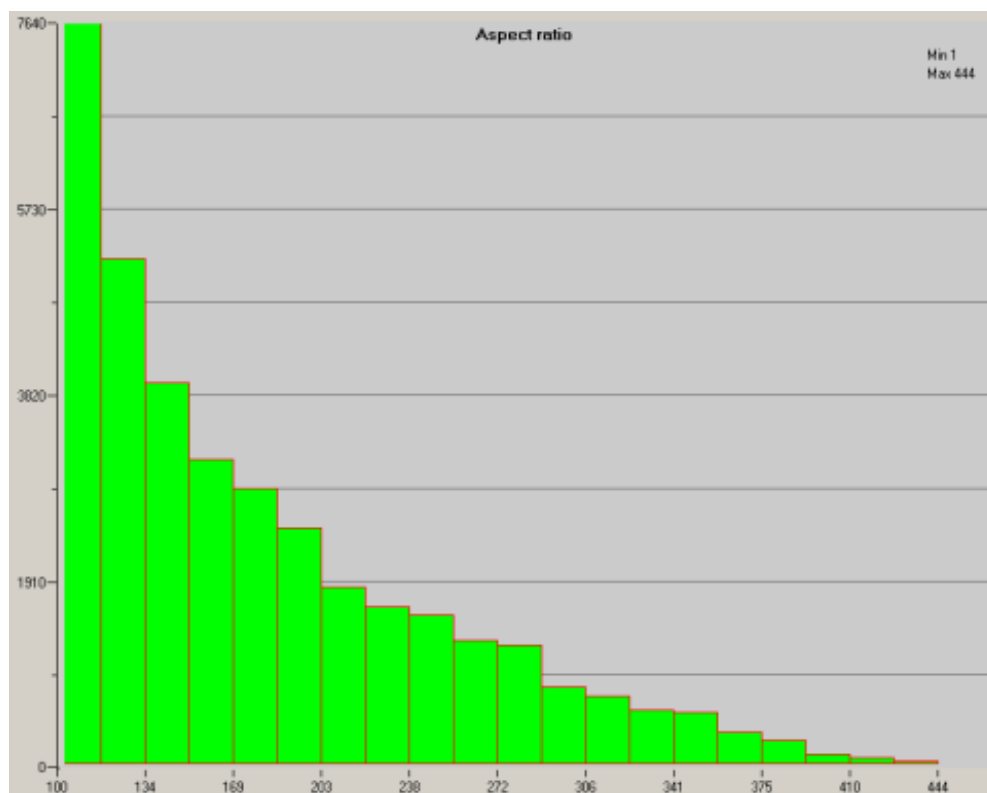
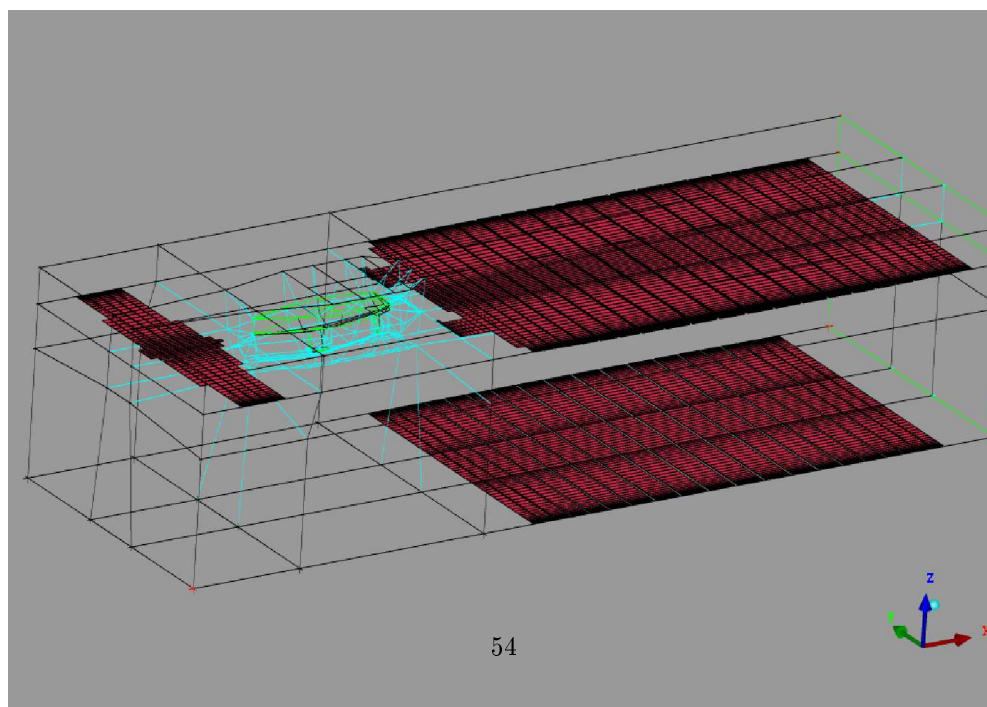


Abb. 4.12: Histogramm der Zellenwinkel $< 20^\circ$ und Lage der Zellen.



(a)



(b)

Abb. 4.13: Histogramm der Zellen mit einem Seitenverhältnis > 100 und ihre Lage.

gen vermieden. Der Nachweis mit dem „Quality Check“ von ICEM-CFD schlägt leider fehl: das Programm stürzt ab.

Die Verdichtung der Gitterabstände in Bereichen größerer Gradienten der Strömungsgrößen wird z.B. immer an Unstetigkeitsstellen der Geometrie vorgenommen, also z.B. zu den Hinterkanten von Kiel und Ruder, zu den Decksanten hin, an den Rändern des Spiegels, zum Kielboden und zur Endfläche des Ruders. An den Vorderkanten von Kiel und Ruder und am Steven sind ebenfalls größere Änderungen im Geschwindigkeits- und Turbulenzverlauf zu erwarten, weshalb auch dort kleinere Zellabstände gewählt werden. Die Darstellung der freien Flüssigkeitsoberfläche erfordert ebenfalls eine Verfeinerung der Zellabstände um die Ruhewasserlinie herum, um eine möglichst homogene Oberflächendarstellung zu erreichen. Die kleinsten Zellen sind dort ca. 1 mm hoch. Ausserdem werden die Zellabstände zu den Kanalwänden auf ca. 20 mm verkleinert. Ebenso werden die Zellabstände zum Rumpf reduziert, sodass die wandnächsten Zellen eine Größe von 1 bis 2 mm bekommen (s. a. 3.3.4).

Die Anpassung der Gitterlinien an die erwarteten Stromlinien wird durch die Verwendung von O-Gittern in verschiedenen Bereichen erreicht. So ist das gesamte Modell in ein den Rumpf umschließendes O-Gitter gehüllt, ebenso jeweils Kiel und Ruder. Als Beispiel diene das O-Gitter um die Kielwurzel (Abbildung 4.14): Der Stromlinienverlauf um die Kielvorderkante wird im wesentlichen dem Verlauf der Gitterlinien des O-Gitters folgen. Das gleiche gilt für das Ruder und den Rumpf als Ganzes.

4.3.2 Qualitätskriterien im Postprocessing

Die Erzeugung eines Gitters ist ein iterativer Prozess, da ein wesentlicher Aspekt der Güte des Gitters erst nach einer konvergierten Simulationsrechnung festgestellt werden kann: der dimensionslose Wandabstand

$$y_{\tau} = \frac{y v_{\tau}}{\nu}$$

Da in der vorliegenden Arbeit ein RANSE - Löser verwendet werden soll, muss das Gitter so konditioniert sein, dass die Gültigkeit der Wandfunktionen, mit denen das Geschwindigkeitsprofil im Wandbereich ermittelt wird, gewährleistet ist. Insbesondere muss das logarithmische Wandgesetz erfüllt sein (s. a. Abschnitt 3.3.4). Da außerdem das Standard-k- ϵ -Modell im wandnächsten und im Übergangsbereich seine Gültigkeit verliert, muss der Berechnungspunkt (i. A. der Mittelpunkt) der wandnächsten Gitterzelle im Gültigkeitsbereich des logarithmischen Wandgesetzes liegen, d. h. im sog. wandnahen Bereich ($30 < y_{\tau} < 500$). Einige weitere Zellen sollen dann nach [FLUENT-Manual] noch im Grenzschichtbereich liegen. Da das Geschwindigkeitsprofil erst in einer konvergierten Lösung bekannt ist, und die Grenzschichtdicke abhängig vom Ort und von der Geschwindigkeit der Außenströmung unterschiedlich ist, muss das Gitter entsprechend angepasst werden. Zur ersten Abschätzung der Größe der wandnächsten Zellschicht werden die Prandtl'schen Grenzschichtgleichungen herangezogen. Für die Grenzschichtdicke $\delta(x)$ gilt danach:

$$\frac{\delta(x)}{x} \approx \frac{5.0}{\sqrt{Rn_x}} \quad (4.1)$$

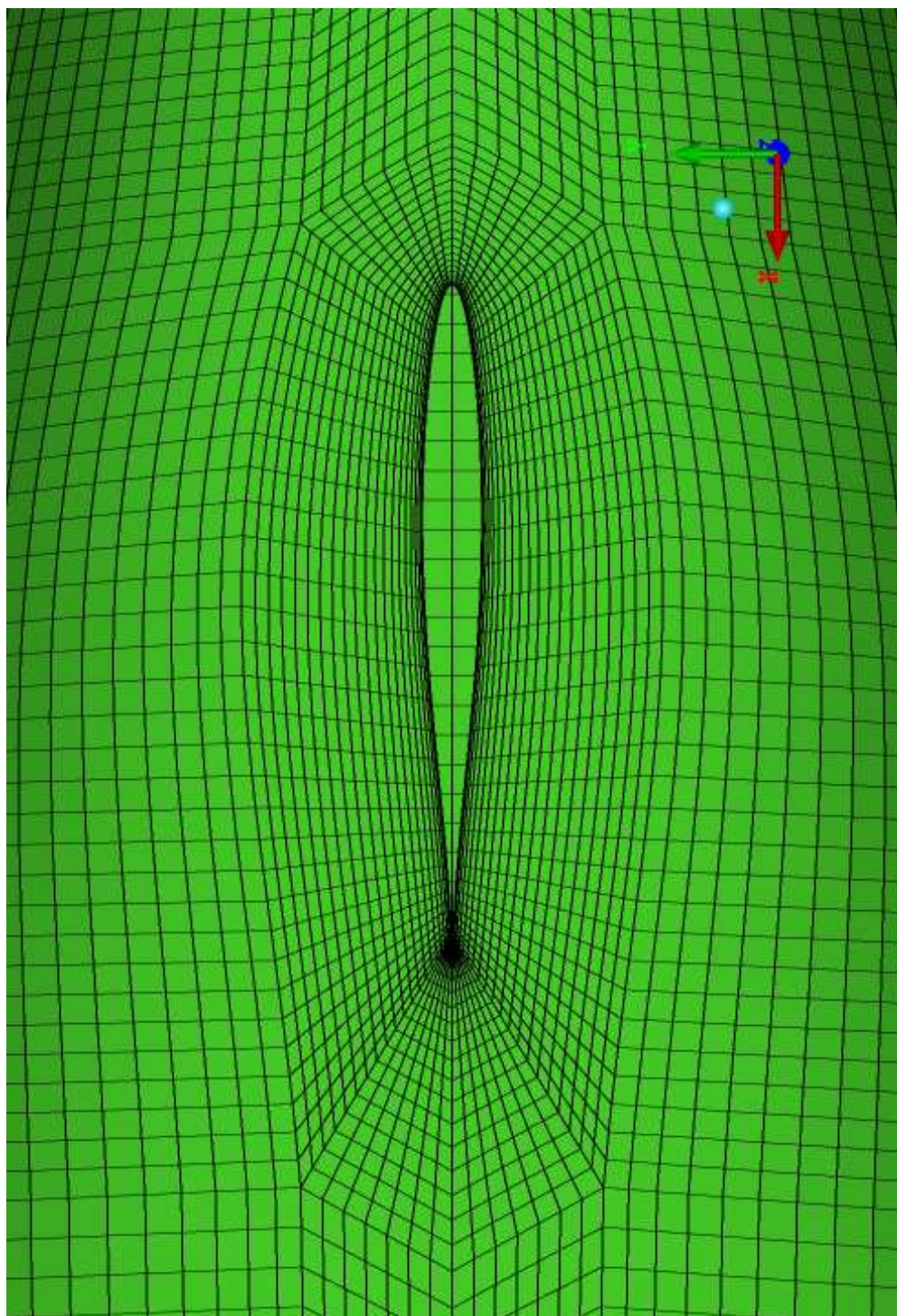


Abb. 4.14: O-Gitter zur Anpassung des Gitterlinienverlaufs an die erwarteten Stromlinien an der Kielwurzel. 56

Dabei ist x die jeweilige charakteristische Länge, mit der die Reynoldszahl Rn_x gebildet wird.

Für die Grenzschichtdicke bei verschiedenen Werten für x und der jeweils niedrigsten bzw. größten Geschwindigkeit ergeben sich die in Tabelle 4.1 angegebenen Grenzschichtdicken.

$x [m]$	$V_{M,min} = 0.606 [\frac{m}{s}]$		$V_{M,max} = 2.553 [\frac{m}{s}]$	
	$Rn_x(x) * 10^{-6}$	$\delta [mm]$	$Rn_x(x) * 10^{-6}$	$\delta [mm]$
1	0.5686	6.63	2.3956	3.23
2	1.1373	9.38	4.7912	4.57
3	1.7059	11.48	7.1868	5.6
4	2.2746	13.26	9.5824	6.46

Tab. 4.1: Grenzschichtdicken bei minimaler und maximaler Geschwindigkeit und verschiedenen charakteristischen Längen x .

Die ersten Zellen bekommen in erster Näherung eine Größe, bei der der Mittelpunkt der Zelle ungefähr bei $\frac{\delta}{3}$ liegt. Tatsächlich könnten die Zellen sogar noch größer sein, da Gleichung 4.1 für laminare Grenzschichten gilt; turbulente Grenzschichten sind beträchtlich dicker.

Der verwendete Löser FLUENT bietet zur Bewertung des dimensionslosen Wandabstandes ein Histogramm an, mit dessen Hilfe entschieden werden kann, ob das Gitter den Erfordernissen des logarithmischen Wandgesetzes entspricht. Abbildung 6.2 (s. S. 69) zeigt ein solches Histogramm.

4.4 Eckdaten der Gittererzeugung

Das erzeugte blockstrukturierte Rechengitter setzt sich zusammen aus ca. 150 Blöcken. Insgesamt enthält das Gitter ca. 6.5 Millionen Zellen. An der äußeren Berandung (Kanalwände) ist der Kanal in der Länge mit 350 Gitterpunkten unterteilt, in der Breite mit 75 Gitterpunkten, und der Höhe nach mit 150 Gitterpunkten. Ein guter handelsüblicher PC (Taktrate min. 2GHz) mit 2 GB RAM und einer sehr performanten Grafikkarte ist nötig, um das Gitter am Bildschirm im wesentlichen ruckelfrei darzustellen und die Rechenzeiten für den „Quality Check“ in Grenzen zu halten. Ein Datensatz umfasst ca. 800 MB Festplattenkapazität.

5 Simulationsrechnungen

5.1 Hard- und Software- Umgebung

Numerische Berechnungen der in dieser Arbeit behandelten Größenordnung (ca. $6.5 \cdot 10^6$ Zellen) können aufgrund der benötigten Ressourcen nicht mehr auf handelsüblichen Desktop - PCs durchgeführt werden. Daher wird für die Lösung ein sog. Parallelrechner eingesetzt. Dieser kann z. B. aus einem „Cluster“ aus mehreren PCs bestehen oder auch ein Massiv - Parallelrechner sein; die Simulationsrechnungen in dieser Arbeit wurden auf dem Massiv - Parallelrechner des Hochleistungsrechenzentrum Nord (HLRN) durchgeführt. Dem HLRN sind Universitäten in den Bundesländern Berlin, Hamburg, Mecklenburg-Vorpommern, Bremen, Schleswig-Holstein und Niedersachsen angeschlossen.

5.1.1 Hardware

CPUs

Der Massiv - Parallelrechner des HLRN besteht aus zwei identischen Komplexen, die jeweils am Konrad - Zuse - Institut der FU Berlin und am Regionalen Rechenzentrum der Universität Hannover betrieben werden. Der Berliner Komplex ist unter `berni.hlrn.de` zu erreichen, der Komplex in Hannover unter `hanni.hlrn.de`. Jeder Komplex besteht aus 16 Knoten (IBM p690) mit je 4 „Processing Elements“ (PEs), die aus jeweils 8 CPUs bestehen, sodass pro Komplex $16 \cdot 4 \cdot 8 = 512$ CPUs zur Verfügung stehen. Die beiden Komplexe sind mit einer Glasfaserleitung mit einer nominellen Übertragungsrate von 40 Gbit/s verbunden. Es ist möglich, Knoten auf beiden Komplexen in einer Rechnung gleichzeitig zu verwenden. Knoten eines Komplexes können über den IBM pSeries High Performance Switch miteinander kommunizieren.

Zusätzlich existieren in jedem Komplex ein Login - Knoten und ein Knoten für Datentransfer und für Operationen, die nur 1 CPU verlangen. Abbildung 5.1 verdeutlicht die Struktur des HLRN und die Zuordnung der Hardware - Ressourcen.

Sog. „Tasks“, also Instanzen eines parallel arbeitenden Programms, können auf unterschiedliche Arten kommunizieren, z. B. mit „Shared Memory“ Techniken (wenn die Instanzen alle auf einem Knoten laufen) oder, wie im Fall des hier verwendeten CFD - Lözers Fluent, mittels des „Message Passing Interface“ (MPI). Letzteres erlaubt auch die Kommunikation über Komplex - Grenzen hinweg.

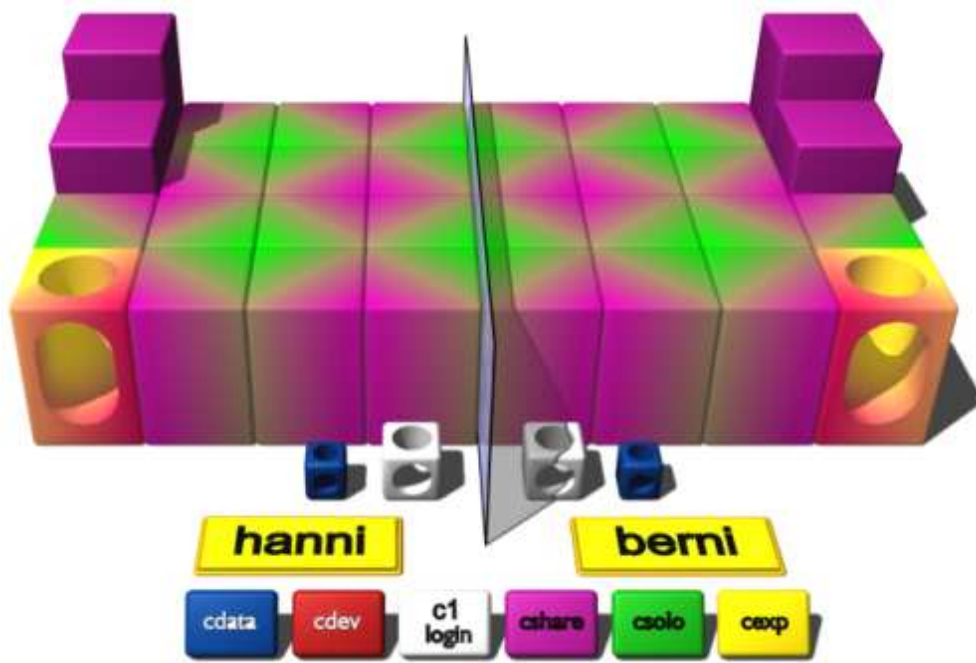


Abb. 5.1: Struktur und Zuordnung der Hardware - Ressourcen des HLRN. Die verschiedenen Farben der kleinen Boxen am unteren Bildrand kennzeichnen die auf den jeweiligen Knoten verfügbaren LoadLeveler - Klassen (s. a. Abschnitt 5.1.2). Quelle: HLRN.

RAM

Pro Knoten stehen maximal 234 GB Speicher (RAM) zur Verfügung, abhängig von der sog. „LoadLeveler“- Klasse (s. w. u.). In der Standard - Klasse `cshare` stehen z. B. maximal 3 Knoten mit jeweils 234 GB, also insgesamt 702 GB, zur Verfügung. In der hier am meisten verwendeten Klasse `cexp` steht ein Knoten mit max. 32 CPUs und 55 GB RAM zur Verfügung.

Die in dieser Arbeit durchgeführten Rechnungen erforderten einen Speicherplatz von ca. 17 GB.

Massenspeicher

Pro Benutzer stehen im Heimatverzeichnis bis zu 1 TB Massenspeicher zur Verfügung. Außerdem können bis zu 4.5 TB Daten auf einem Magnetband archiviert werden. Der vom HLRN bereitgestellte Massenspeicher unterliegt je nach Verwendungszweck bzw. Verzeichnispfad unterschiedlichen Backup - Strategien.

5.1.2 Software

Der LoadLeveler

Paralleles Rechnen findet i. A. nicht interaktiv, sondern im sog. „Batch“-Betrieb statt, d. h. Programme (sog. „Jobs“) werden zur parallelen Abarbeitung in eine „Warteschlange“, die **Queue**, gestellt. Ein Dispatcher - Programm, der **LoadLeveler**, startet dann entsprechend der implementierten Regeln die Programme in der Queue. Bei der Reihenfolge gilt nicht unbedingt das Prinzip „first in, first out“. Vielmehr werden die Jobs bestimmten Klassen zugeordnet, die sich hinsichtlich der maximal erlaubten CPU - Zeit und wahren Zeit, der Anzahl der verfügbaren CPUs, des verfügbaren Speichers und der Anzahl der verfügbaren Nodes unterscheiden. Entsprechend seiner Rationale und der verfügbaren Ressourcen führt der LoadLeveler dann die Jobs aus. Tabelle 5.1 gibt die Obergrenzen der Hardware - Ressourcen der beiden gebräuchlichsten Klassen des LoadLeveler wieder.

Limit	cexp	cshare
job_cpu_limit	3 h * CPUs	-
wall_clock_limit	48 h	168 h
total_tasks	32	96
node	1	3
Cpus per node	32	32
Memory per node	55 GB	234 GB

Tab. 5.1: Obergrenzen der verfügbaren Ressourcen der im Zuge dieser Arbeit verwendeten LoadLeveler-Klassen am HLRN.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde i. A. mit der Klasse **cexp** gearbeitet, da die Jobs in dieser Klasse sofort zur Ausführung kommen. Ein Nachteil dieser Klasse besteht in der recht geringen CPU - Zeit der Jobs von nur 3 Stunden. Die Reservierung längerer Laufzeiten in der Klasse **cshare** hatte leider Wartezeiten von 1 Woche und länger zur Folge. Da erst im Laufe dieser Arbeit die Erfahrungen gesammelt werden mussten, wie das vorliegende Problem so konditioniert werden konnte, dass ein stabil konvergierender Rechnungsverlauf erreicht wurde, waren derartig lange „Reaktionszeiten“ inakzeptabel. Von den auf einem Komplex insgesamt zur Verfügung stehenden 32 Fluent - Lizenzen waren nur selten mehr als 24 tatsächlich für die durchgeführten Rechnungen verfügbar. Der Umstand, dass es nicht ohne erheblichen Programmieraufwand möglich gewesen wäre, zum Zeitpunkt des tatsächlichen Programmstartes durch den LoadLeveler die Zahl der gerade verfügbaren Lizenzen abzufragen und an den Fluent - Aufruf zu übergeben, sprach ebenfalls gegen die Verwendung der Klasse **cshare**.

Ein Problem der **cexp** - Klasse ist die Möglichkeit, dass die Knoten, auf denen Jobs dieser Klasse ausschließlich ausgeführt werden, überladen werden können. Je nach dem Grad dieses „Overloading“ reduziert sich die Rechengeschwindigkeit, bis hin zum praktischen Stillstand. Kommt es während File - I/O - Operationen zum Overload, kann das Schreiben eines Datensatzes (immerhin ca. 2.2 GB) bis zu mehreren Stunden dauern, oder muss abgebrochen werden; die Daten sind dann verloren. Die Rechenzeit,

die für eine Rechnung erforderlich wäre, verlängert sich daher in Abhängigkeit von der Auslastung dieser Klasse oft erheblich.

5.1.3 Grenzen des „Parallel Computing“

Amdahls Gesetz

Beim *seriellen* Rechnen wird eine Reihe von Maschinen - Instruktionen auf **einem** Prozessor ausgeführt, die **ein** Ergebnis produzieren. Beim *parallelen* Rechnen soll das gleiche Ergebnis erzielt werden, wobei das zu berechnende Problem auf mehrere Prozessoren aufgeteilt wird. Idealerweise wird bei N Prozessoren das Ergebnis N mal schneller berechnet sein, was aber aus den folgenden Gründen praktisch kaum zu erreichen ist (s. a. [EPCC]):

- Teile eines Programmes werden immer seriell bleiben, z. B. Datei - Operationen.
- Die Kommunikation und Synchronisation der einzelnen Tasks untereinander benötigt zusätzliche Zeit.
- Wenn die „Arbeit“ nicht gleichmäßig auf die Prozessoren verteilt ist, bestimmt der Prozessor mit der größten Last die Rechengeschwindigkeit; die anderen Prozessoren „laufen leer“.
- Der sog. „Software-Overhead“ durch Array-Indizierung, Prozeduraufrufe etc. wird größer.

Insbesondere der erste Punkt begrenzt den Geschwindigkeitszuwachs („Speed-Up“) S, dessen Obergrenze durch Amdahls Gesetz ausgedrückt werden kann:

$$S(n, P) \leq \frac{1}{\alpha + (1 - \alpha)/P} \leq \frac{1}{\alpha}$$

Dabei ist n die Größe des Problems, P die Anzahl der Prozessoren, und α der Anteil des Programms, der sequentiell ausgeführt werden muss. D. h., wenn z. B. 10% des Codes sequentiell ausgeführt werden muss, kann der maximale Speed-Up S(n,P) nicht größer als 10 werden, *unabhängig* von der Anzahl der Prozessoren.

Bei vielen Problemen geht der sequentielle Anteil allerdings sehr schnell gegen Null, wenn die Problemgröße und, oft damit zusammenhängend, die Prozessoranzahl wächst. Wenn das Problem also skaliert, hängt α doch von P ab. Dann greift Amdahls Gesetz nicht mehr und es gilt Folgendes:

$$S(n, P) \leq P * (1 - \alpha) + \alpha$$

Bei einem kleinen α kann der Speed-Up S(n,P) also fast linear mit der Prozessoranzahl steigen. S(n,P) ist jetzt der skalierte Geschwindigkeitszuwachs und ist gleich dem Verhältnis der Ausführungszeit auf einem einzelnen Prozessor und der Ausführungszeit auf P Prozessoren:

$$S(n, P) = \frac{T(n, 1)}{T(n, P)} \quad (5.1)$$

Grenzen des „Speed - Up“

Dieser linear ansteigende Speed-Up hat allerdings aus anderen Gründen seine Grenzen. Bei der Lösung eines Strömungsproblems wird letztlich ein lineares Gleichungssystem mit so vielen Unbekannten wie Gitterpunkten gelöst; das resultiert i. A. in einer sehr großen Matrix.

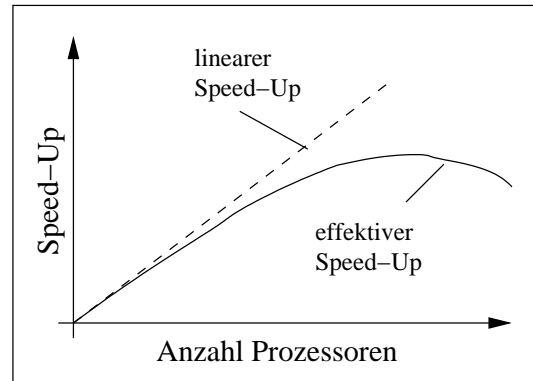


Abb. 5.2: Qualitative Darstellung des idealen und effektiven Speed-Up, z. B. durch Kommunikations-Overhead.

Bei der parallelen Lösung dieses Problems wird die Matrix auf die Prozessoren aufgeteilt. Jeder Prozessor berechnet eine Lösung für „seine“ Teilmatrix und tauscht die Randwerte seines Teilbereiches mit den benachbarten Prozessoren aus. Wird nun die Anzahl der Prozessoren über eine gewisse Grenze hinaus gesteigert, wird der Overhead aus der für diesen Randwerte - Austausch notwendigen Kommunikation den Speed-Up wieder verringern, und der effektive Speed-Up wird gegenüber dem fast linearen Verlauf (s. Abbildung 5.2 und voriger Abschnitt) abfallen. Außerdem werden die Datenblöcke immer kleiner, sodass jeder Prozessor immer früher den Randwerte - Austausch vornehmen muss.

5.1.4 Performanz der Simulationen

Die Rechenzeiten für die einzelnen Simulationen hingen aufgrund der oben beschriebenen Beschränkungen der Verfügbarkeit von Prozessoren stark von der Auslastung der Knoten des Parallelrechners ab. Eine Reihe von Rechnungen wurde verteilt auf beiden Komplexen mit z. B. 9 (3 Knoten * 3 CPUs) oder 12 (3 Knoten * 4 CPUs) Prozessoren gerechnet, was die Performanz gegenüber dem Rechnen auf einem Komplex aber nur unwesentlich zu reduzieren schien. Die Rechenzeiten für eine stationäre Rechnung auf einem einzelnen, reservierten Knoten (32 CPUs) betrug ca. 8 Stunden. Für eine instationäre Rechnung mit 10 sec. Flowtime auf verteilten Knoten konnte durchaus 16 Stunden betragen, variierte aber natürlich mit der Anzahl der pro Zeitschritt notwendigen Iterationen.

Abbildung 5.3 zeigt den Speed-Up, der bei dem vorliegenden Problem mit zunehmender Prozessoranzahl erreicht werden konnte. Es zeigt sich, dass das in Abschnitt 5.1.3 qualitativ beschriebene Abfallen des Speed - Up hier bei weitem noch nicht erreicht ist. Die Tendenz zu einem Grenzwert ist aber bereits deutlich zu erkennen. Probleme dieser Größenordnung wären schätzungsweise mit der doppelten CPU-Anzahl immer noch ökonomisch zu rechnen.

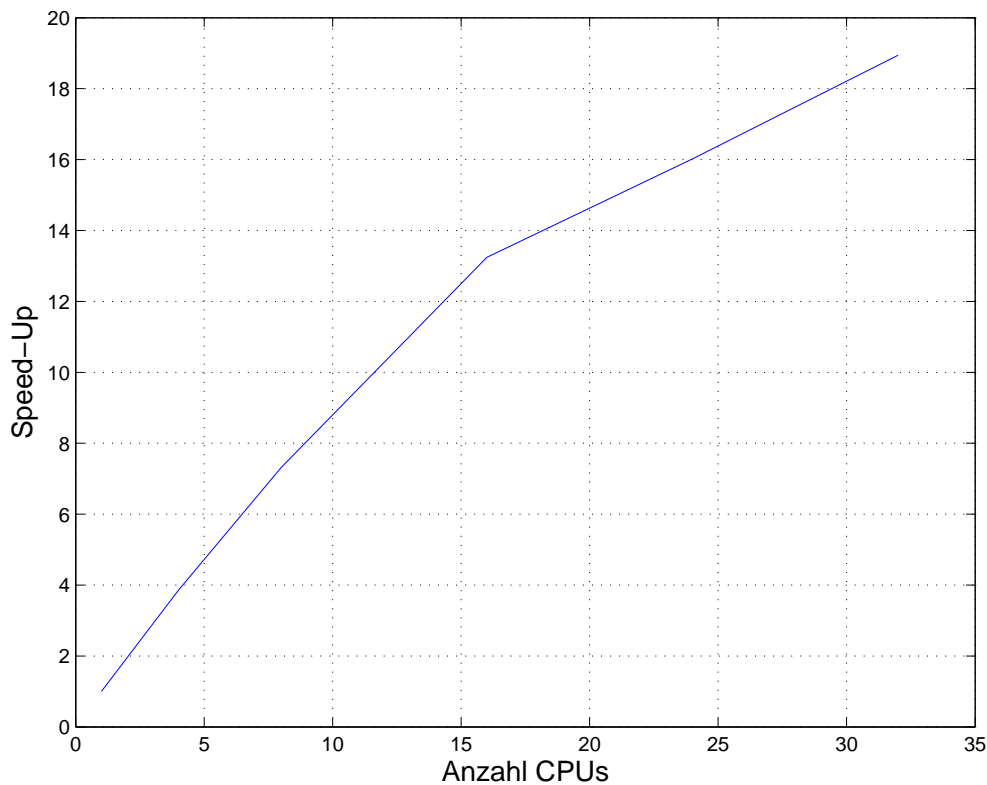


Abb. 5.3: Speed-Up in Abhängigkeit von der Anzahl der verwendeten Prozessoren.

5.2 Durchführung der Rechnungen

5.2.1 Prinzipielle Vorgehensweise

Die Simulationsrechnungen wurden mit dem kommerziellen Löser FLUENT (Version 6.2.16) durchgeführt. Das eigentlich strukturierte Gitter wird in FLUENT zu einem unstrukturierten Gitter konvertiert, was einen höheren Speicherbedarf nach sich zieht (s. Abschnitt 4.2.1).

Die Rechnungen umfassten 4 Geschwindigkeiten in Geradeausfahrt und eine Geschwindigkeit in angestellter Fahrt (s. Tabelle A.3). Aus den in den nächsten Abschnitten beschriebenen Erfahrungen ergab sich ein zwar umständlich anmutender, jedoch praktikabler Weg, zu einer stabilen, konvergenten Lösung zu kommen. Zunächst wurde das Rechenggebiet mit einer sehr kleinen Geschwindigkeit von $V_x = 0.05 \frac{m}{s}$ vorinitialisiert und dafür eine instationäre und sehr genaue Lösung berechnet. Die Konvergenzschranke lag dabei für alle Werte (Massenerhaltung, \vec{V} , k , ε , VOF) bei $\delta = 10^{-5}$. Dann wurde in dieser anfänglichen Belegung der Kontrollvolumen die x - Komponente des

Geschwindigkeitsfeldes mit der gewünschten Geschwindigkeit V_x überschrieben. Aufbauend auf der so erhaltenen stationären Lösung wurde jeder höheren Geschwindigkeit die vorangegangene Lösung zu Grunde gelegt. Um, wie in Abschnitt 5.2.4 beschrieben, ein realistischer ausgeprägtes Wellenbild zu erhalten, wurde auf Basis dieser stationären Lösung eine instationäre Lösung mit längerer Flowtime und niedrigerer Konvergenzschranke ($\delta = 10^{-4}$) berechnet. Die naheliegende Vorgehensweise, eine stationäre Lösung gleich mit der gewünschten Modellgeschwindigkeit zu suchen, resultierte bei allen Geschwindigkeiten in einer divergierenden Lösung.

5.2.2 Simulationsparameter

Das zu modellierende Strömungsproblem ist stationär, viskos, turbulent, zweiphasig und in der Luftphase kompressibel. Das Ziel der Berechnung ist die Ermittlung der Kräfte an Rumpf und Anhängen. Obwohl die Schiffsumströmung eigentlich instationär ist (wegen möglicher periodischer Wirbelablösungen an Kiel- und Ruderhinterkante und am Heck), ist der sich einstellende Strömungszustand quasi stationär, da relativ zum Modell das Geschwindigkeits- und Druckfeld und das Wellensystem in einem eingeschwungenen Fahrzustand konstant sind. Daher wird auch kein Anfahrvorgang simuliert, sondern entsprechend der Schleppversuche konstante Geschwindigkeiten zugrunde gelegt. Abweichend vom physikalischen Schleppkanal wird die Bewegung des Modells durch das Fluid mit einem feststehenden Modell und einer offenen Gerinne-strömung simuliert, wobei das “Open Channel Flow” - Feature verwendet wurde. Die Simulation der freien Oberfläche erfolgte mittels VOF - Modell (s. Abschnitt 3.8), da weder Impulsaustausch zwischen den Phasen noch die Durchmischung der Phasen interessiert, sondern nur die Lage der Phasengrenze. Als stabiles, bewährtes und performantes RANSE - Turbulenzmodell wurde i. A. das $k - \varepsilon$ - Modell verwendet (s. Abschnitt 5.2.3).

Für die Geschwindigkeits- Druckkopplung bei den instationären Simulationen wurde der PISO - Algorithmus eingesetzt, der gegenüber dem SIMPLE - Verfahren weniger Iterationen benötigt (s. [FLUENT-Manual]). Die Approximation der Oberflächenintegrale erfolgte bis auf den Druck mit dem “Second Order Upwind” - Verfahren; für die Diskretisierung des Druckes wurde “Body Force Weighted” nach Manual - Empfehlung eingesetzt. In Tabelle 5.2 sind die Relaxationsfaktoren wiedergegeben, wie sie sich für das vorliegende Problem als notwendig erwiesen. Maßgeblich war dabei die erforderliche starke Unterrelaxation der Massenerhaltung; die anderen Faktoren wurden im gleichen Maße angepasst.

5.2.3 Modellierung der Viskosität

Neben dem als Regelfall verwendeten $k - \varepsilon$ - Modell wurde zur Überprüfung der Größenordnung der erzielten Ergebnisse testweise auch Rechnungen mit LES (Large Eddy Simulation) und $k - \omega$ - Modell durchgeführt. Dabei wurde das Gitter, das eigentlich für das $k - \varepsilon$ - Modell konzipiert war, trotzdem ohne Modifikationen verwendet, so dass eigentlich keine sinnvollen Lösungen erwartbar waren. Nichtsdestoweniger konvergierte die Lösung bei Verwendung des LES - Modells und ergab ähnliche, allerdings erwar-

Parameter	Wert
Druck	0.05
Dichte	0.5
Volumenkräfte	0.5
Impuls	0.3
Volume Fraction	0.1
Turbulente kin. Energie	0.3
Turbulente Dissipation	0.3
Turbulente Viskosität	0.5

Tab. 5.2: Unterrelaxationsfaktoren der Simulationsrechnung.

tungsgemäß periodisch schwankende Werte wie das $k - \varepsilon$ - Modell, die allerdings wie dort deutlich zu groß waren (s. Kapitel 6.2). Da das Gitter für LES eigentlich zu grob ist, ist das ein Hinweis darauf, dass das Verhältnis der Größe der Turbulenzballen, der zeitlichen Diskretisierung und der Gitterweite für diese Geschwindigkeit ($2\frac{m}{s}$) nur zufällig sinnvoll war. LES ist ein nicht zeitlich mittelndes Verfahren und ist daher zur Berechnung eines stationären Zustandes ungeeignet. Das $k - \omega$ - Modell (SST), obwohl eigentlich zur Berechnung von Körperumströmungen entwickelt, zeigte ein sehr instabiles Konvergenzverhalten. Das weist darauf hin, dass das Gitter im wandnahen Bereich für das $k - \omega$ - Modell (SST) nicht fein genug war.

5.2.4 Unterschied der Ergebnisse bei stationärer bzw. instationärer Rechnung

Aus einem früheren Testfall hatte sich bereits ergeben, dass das Wellenbild einer instationären Lösung mit einigen 10 Sekunden “Flowtime“ deutlich realistischer ist als das einer stationären Rechnung (s. Abbildung 5.4, S. 66). Die vor dem Bug entstehende transversale Welle existiert bei Schiffen mit einem Völligkeitsgrad wie bei der DYNA nicht und wäre auch bei anderen Rumpfformen nicht so stark ausgeprägt. Daher wurden bei den vorliegenden Rechnungen zur Beurteilung des entstehenden Wellenbildes ebenfalls instationäre Rechnungen mit längerer Flowtime ausgeführt. Hier zeigte sich, dass die Kräfte bei Verwendung gleicher Randbedingungen davon abhingen, ob die Rechnungen stationär oder instationär durchgeführt wurden. Der quasistationäre Zustand in der instationären Simulation wurde erreicht, indem eine stationäre Lösung als Vorbelegung für eine instationäre Rechnung über 20 - 30 Sekunden “Flowtime“ eingesetzt wurde. Die Kräfte lagen nach dieser Flowtime meist über den stationär berechneten Kräften (s. Abbildung 6.1(c), S. 68). Mögliche Gründe dafür sind in Abschnitt 6.2 diskutiert.

5.2.5 Verwendete Randbedingungen

Aus dem oben bereits erwähnten Testfall hatte sich ergeben, dass zur Simulation der hier vorliegenden offenen Gerinneströmung Geschwindigkeits- und Druckrandbedin-

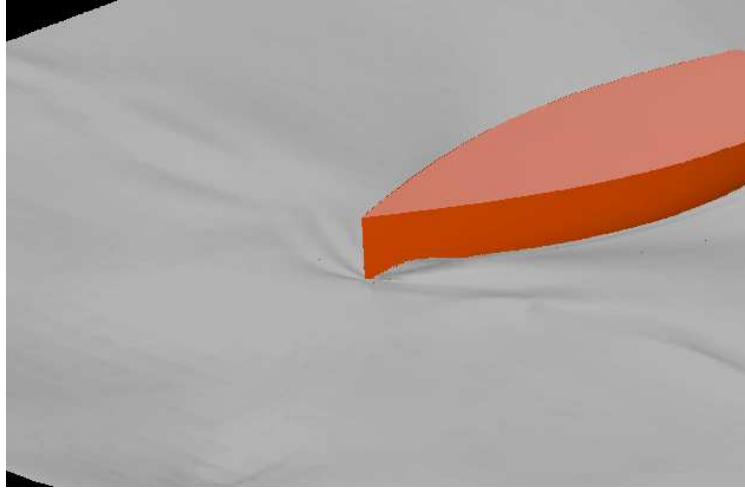


Abb. 5.4: Unrealistische Bugwelle bei stationärer Lösung, $V_M = 2.067 \frac{m}{s}$.

gungen nicht gleichermaßen anwendbar sind. Es hatte sich bei Verwendung der Geschwindigkeitsrandbedingung am Einlass eine schwallartige Deformation der Wasseroberfläche eingestellt; desweiteren zeigte sich ein instabiles Konvergenzverhalten. Beide Effekte konnten mit der Druckrandbedingung vermieden werden. Daher wurden in der vorliegenden Arbeit an den Ein- und Auslassflächen als Regelfall nur Druckrandbedingungen verwendet. Abbildung 5.5 zeigt den oben genannten Effekt des unphysikalischen Anstiegs der freien Oberfläche bei Verwendung der Randbedingung “Velocity Inlet“. Zumindest zu diesem Zeitpunkt der Simulation ist die Massenerhaltung eindeutig verletzt. Ein Grund dafür könnte die starke Unterrelaxation sein, die dazu führt, dass dieses unrealistische Erscheinungsbild zwar entsteht, die Lösung aber trotzdem nicht divergiert. Versuchsweise wurde zur realistischeren Modellierung auch der eigentlich oben geschlossene “virtuelle“ Kanal (Wandrandbedingung) an der Decke mit einer Druckrandbedingung (“Pressure Outlet“) belegt. Mit dieser Randbedingung divergierte die Rechnung. Das lässt sich auf den Massenstrom (Luft), der über die Deckenfläche infolge der turbulenten Verwirbelung und der Verdrängungsströmung um das Modell austritt, zurückführen.



Abb. 5.5: Unphysikalisch deformierte Oberfläche bei Verwendung der Geschwindigkeitseinlassrandbedingung.

6 Validierung der Simulationen

6.1 Darstellung der Ergebnisse

6.1.1 Schleppwiderstand

Der berechnete Gesamtwiderstand F_T setzt sich aus einem viskosen und einem Druckanteil zusammen. Im Gegensatz zu den aus dem Schleppversuch ermittelten viskosen Kräften ist hier bereits der Einfluss der dreidimensionalen Form des Modells natürlich schon enthalten. Abbildung 6.1(a) zeigt die viskosen Kräfte F_V nach ITTC - Verfahren (Glg. (2.4), S. 6) im Vergleich mit den stationär und instationär berechneten viskosen Kräften. In Abbildung 6.1(b) sind im Vergleich die Druckkräfte F_P aus stationärer und instationärer Rechnung dargestellt, in Abbildung 6.1(b) die entsprechenden Gesamtkräfte. Eine Diskussion der Gründe für die in Abbildung 6.1(d) wiedergegebenen Querkräfte F_Y erfolgt in Abschnitt 6.2. Die Histogramme der dimensionslosen Wandabstände y^+ , die in Abbildung 6.2 gezeigt sind, sind aus konvergierten Rechnungen mit unterschiedlichen Zellabständen der wandnächsten Zellen zum Modellrumpf entnommen. Die sich aus diesen zwei unterschiedlichen Gittern ergebenden Kräfte sind im obersten Diagramm auf Seite 69 abgebildet.

6.1.2 Querkräfte in angestellter Fahrt

Die Basis für die Validierung der Querkräfte in angestellter Fahrt sind die in [Stück, 2003] angegebenen Auftriebsgradienten. Für den Standardkiel (s. Abb. B.2) mit Rumpf lautet die Gleichung für den Auftriebskoeffizienten C_L in Abhängigkeit vom Anstellwinkel φ :

$$C_L(\varphi) = 1.49301 \cdot \varphi + 0.00327941 = 1.49301 \cdot 2^\circ \cdot \frac{\pi}{180} + 0.00327941 \approx 0.055 \quad (6.1)$$

Mit der in Tabelle A.1 angegebenen projizierten Kielfläche von $A_{p,Kiel} = 0.24m^2$ ergibt sich für einen Anstellwinkel von 2° und einer Modellgeschwindigkeit von $V_M = 2.067 \frac{m}{s}$ eine Querkraft F_y von:

$$F_y = C_L \cdot \frac{\rho}{2} \cdot V_M^2 \cdot A_{p,Kiel} = 0.055 \cdot \frac{998.2 \frac{kg}{m^3}}{2} \cdot 2.067^2 \frac{m^2}{s^2} \cdot 0.24m^2 = 28.35N$$

Abbildung 6.3 (S. 71) zeigt, dass der Unterschied zwischen berechneter und gemessener Querkraft sehr groß ist. Gerade unter der Voraussetzung, dass bei der Ermittlung des Auftriebsgradienten die Wirkung des Rumpfes als vernachlässigbar klein angesehen wurde, hätten die gemessenen Kräfte größer ausfallen müssen als die berechneten.

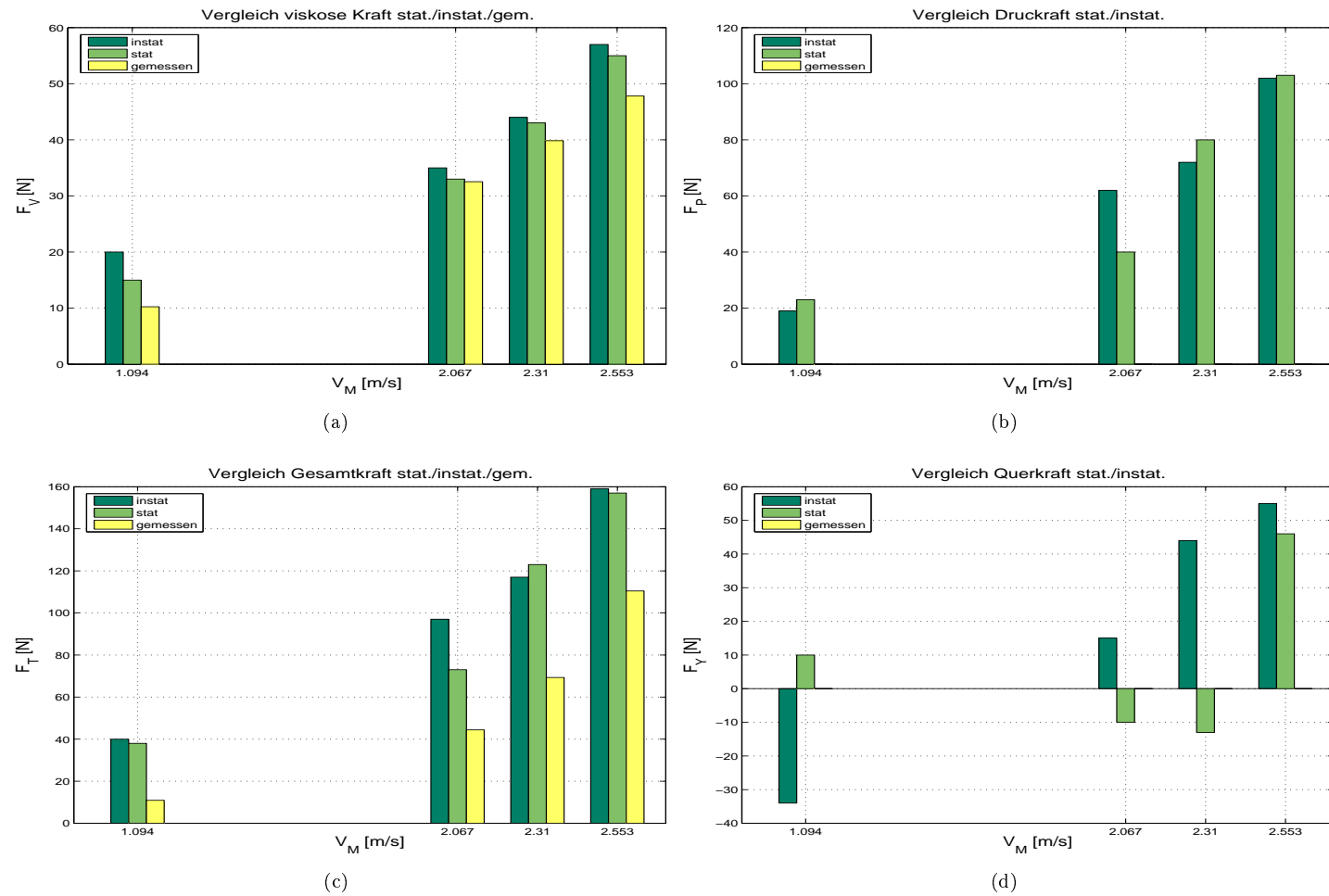


Abb. 6.1: Vergleich der stationär und instationär gerechneten und der im Schleppversuch gemessenen Kräfte.

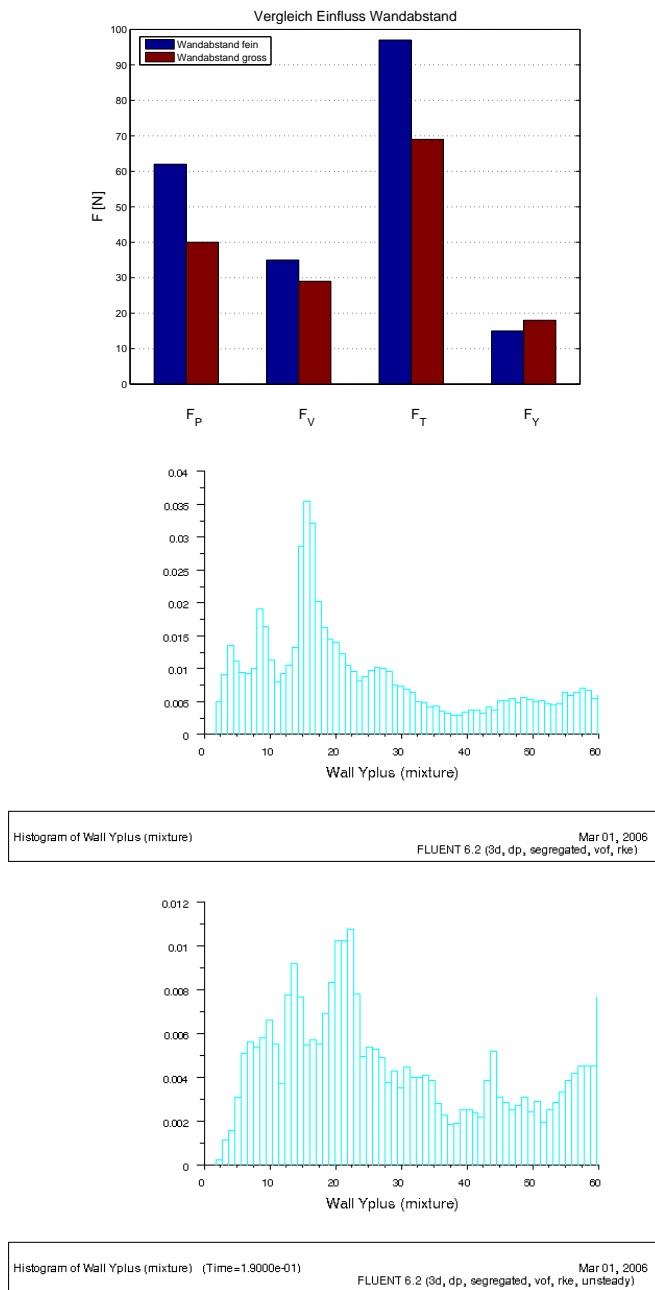


Abb. 6.2: Illustration des Einflusses des Wandabstandes h der wandnächsten Zellen am Rumpf; Mitte: $h = 2mm$; Unten: $h = 8mm$

Dieses Ergebnis ist also nicht verwendbar, obwohl die Druckverteilung (s. Abb. 6.5) und das Strömungsbild der Druckausgleichsströmung (s. Abb. 6.4) am Kiel plausibel wirken. Zur Bewertung des Fehlers siehe Abschnitt 6.2.2.

6.1.3 Wellenbild

Ein wesentlicher Punkt war die Darstellung der freien Flüssigkeitsoberfläche. Ein qualitativer Vergleich ist möglich in der Gegenüberstellung von photographischen Aufnahmen des Bugwellensystems aus den durchgeführten Schleppversuchen und der mittels VOF - Methode errechneten Oberfläche. Der jeweilige Wert der den Volumenanteil beschreibenden Funktion F (s. Abschnitt 3.8) der zwei Phasen in den Zellen der dargestellten Oberfläche beträgt $F = 0.5$. Die Plausibilität dieser Einstellung zeigt sich auch in Diagramm 6.6. Dieses zeigt an einem "Wellenschnitt" durch das Rechengebiet in der $x - z$ - Ebene in einem Abstand von 1160 mm zur Mittschiffsebene die Lage der berechneten freien Oberfläche bei unterschiedlichen Volumenanteilen der beiden Phasen. Bei einem Phasenanteil von Wasser von 0.9 liegt die freie Oberfläche deutlich asymmetrisch *über* dem Ruhewasserspiegel, bei 0.1 deutlich *darunter*. Die in Abbildung 6.7 exemplarisch gezeigte simulierte freie Oberfläche beruht daher auf einem Volumenanteil von $F = 0.5$. Das untere Bild in Abbildung 6.7 zeigt eine Isoflächendarstellung der berechneten Oberfläche. Die entsprechenden Abbildungen für die anderen gerechneten Geschwindigkeiten befinden sich in Anhang B.

Ein quantitativer Vergleich von realem und simuliertem Wellenbild wäre nur möglich, wenn man das stationäre Wellenbild des Modells mit am Schleppwagen fixierten Wellensonden über die Länge des Modells aufmessen würde. Eine zweite Möglichkeit ist im Abschnitt 7 angerissen.

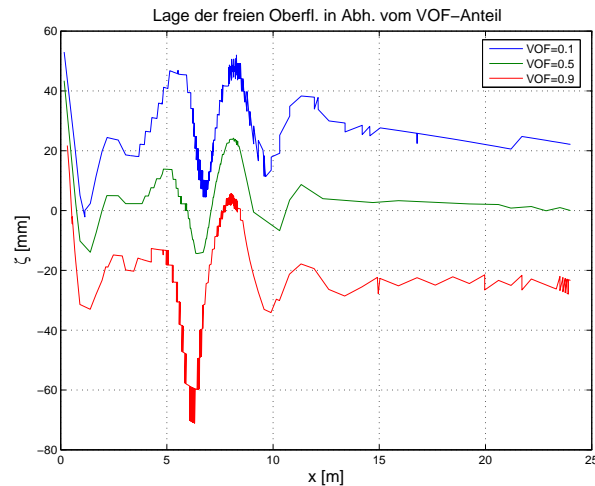


Abb. 6.6: Gegenüberstellung der Lage der freien Oberfläche bei unterschiedlichen Volumenanteilen der zwei Phasen.

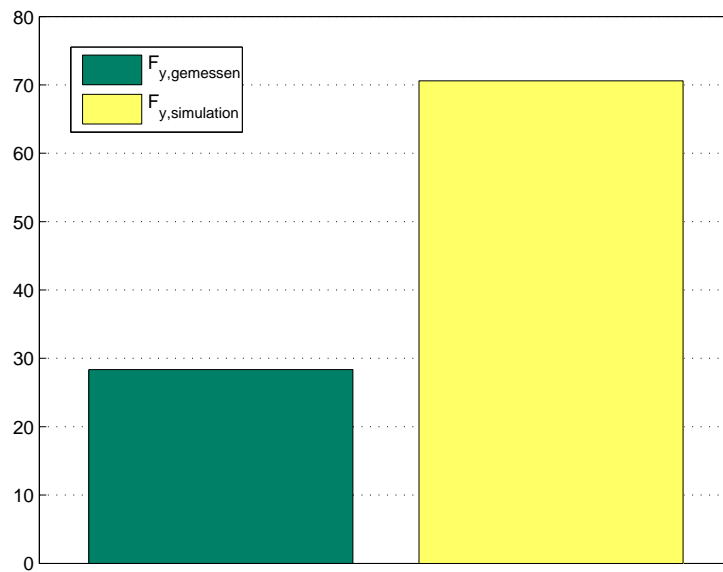


Abb. 6.3: Vergleich der gemessenen und gerechneten Querkraft bei 2° angestellter Fahrt und $2.067 \frac{m}{s}$.

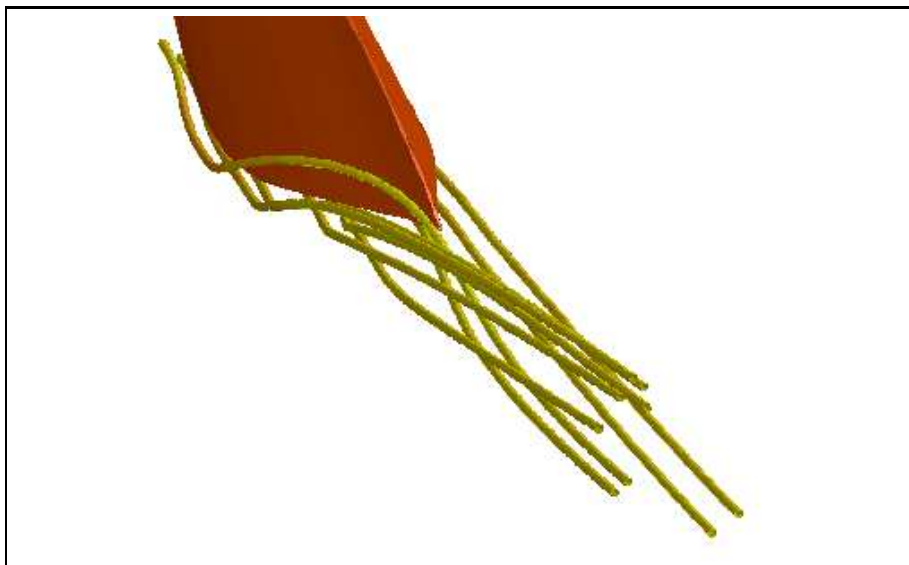


Abb. 6.4: Stromlinien des Kielwirbels bei 2° angestellter Fahrt und $2.067 \frac{m}{s}$.

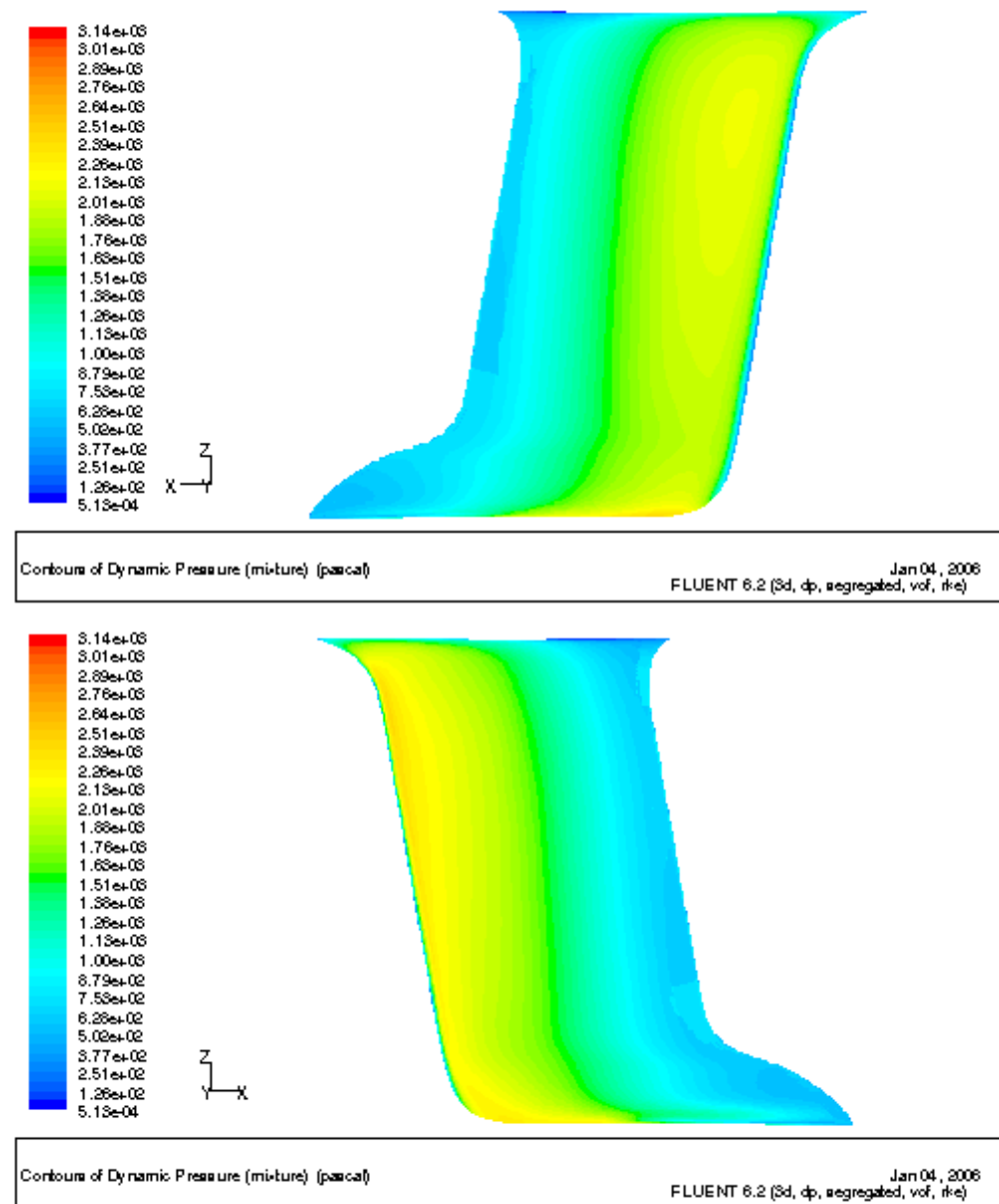


Abb. 6.5: Druckverteilung am Kiel bei 2° angestellter Fahrt und $2.067 \frac{m}{s}$.

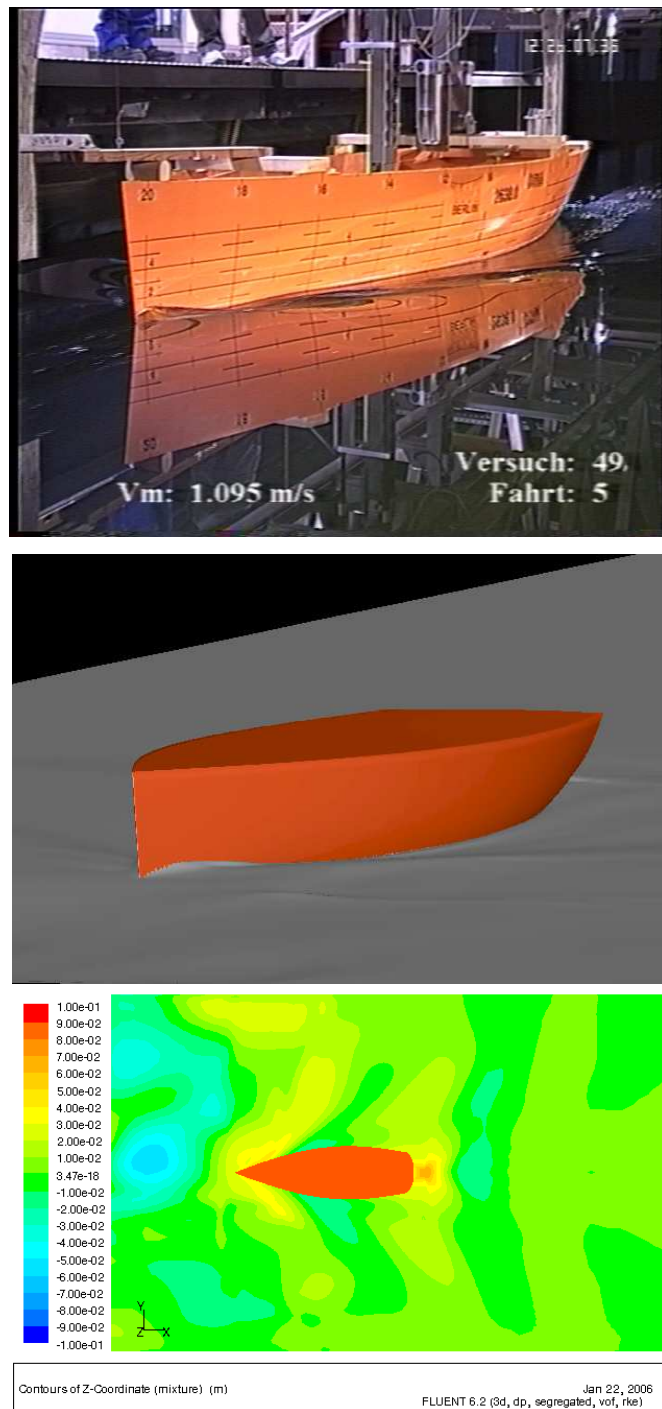


Abb. 6.7: Das Wellensystem von Schleppversuch und Simulation bei $1.095 \frac{m}{s}$.

6.2 Bewertung der Ergebnisse

Insgesamt stellt sich die Güte der berechneten Ergebnisse als heterogen dar. Das sich einstellende Geschwindigkeitsprofil, dargestellt in Abbildung 6.9, erscheint zunächst plausibel. Ebenso ist die Druckverteilung am Rumpf symmetrisch und physikalisch sinnvoll. Die viskosen Kräfte sind unterschiedlich gut berechnet, die Druckkräfte dagegen sind unplausibel hoch und tragen den größten Anteil zum Fehler des Gesamtwiderstandes bei. Die möglichen Gründe werden in den nächsten Abschnitten diskutiert.

6.2.1 Viskose Kräfte

Die berechneten Zähigkeitskräfte stimmen bis auf eine Ausnahme mit den Schleppversuchsergebnissen recht gut überein. Der nach der Methode von Prohaska ermittelte Formfaktor k (s. Abschnitt 2.2.2) zur Berechnung des viskosen Widerstandes einer 3d - Fläche, erschien zunächst recht groß, erweist sich hier aber als kompatibel zu den Ergebnissen der Rechnung. Die prozentuale Abweichung ist in Abbildung 6.8 dargestellt.

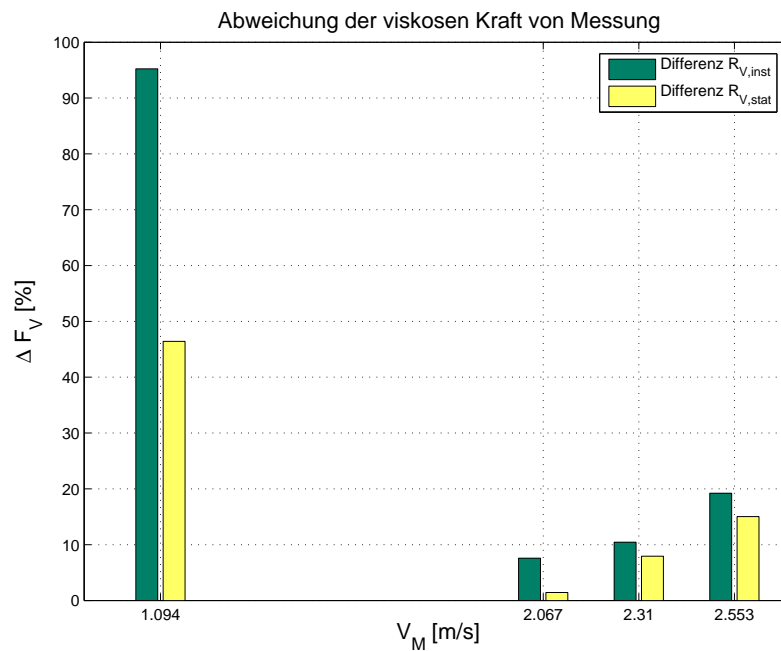


Abb. 6.8: Prozentuale Abweichung der numerisch berechneten viskosen Kräfte von den mit der Formfaktormethode nach Prohaska ermittelten.

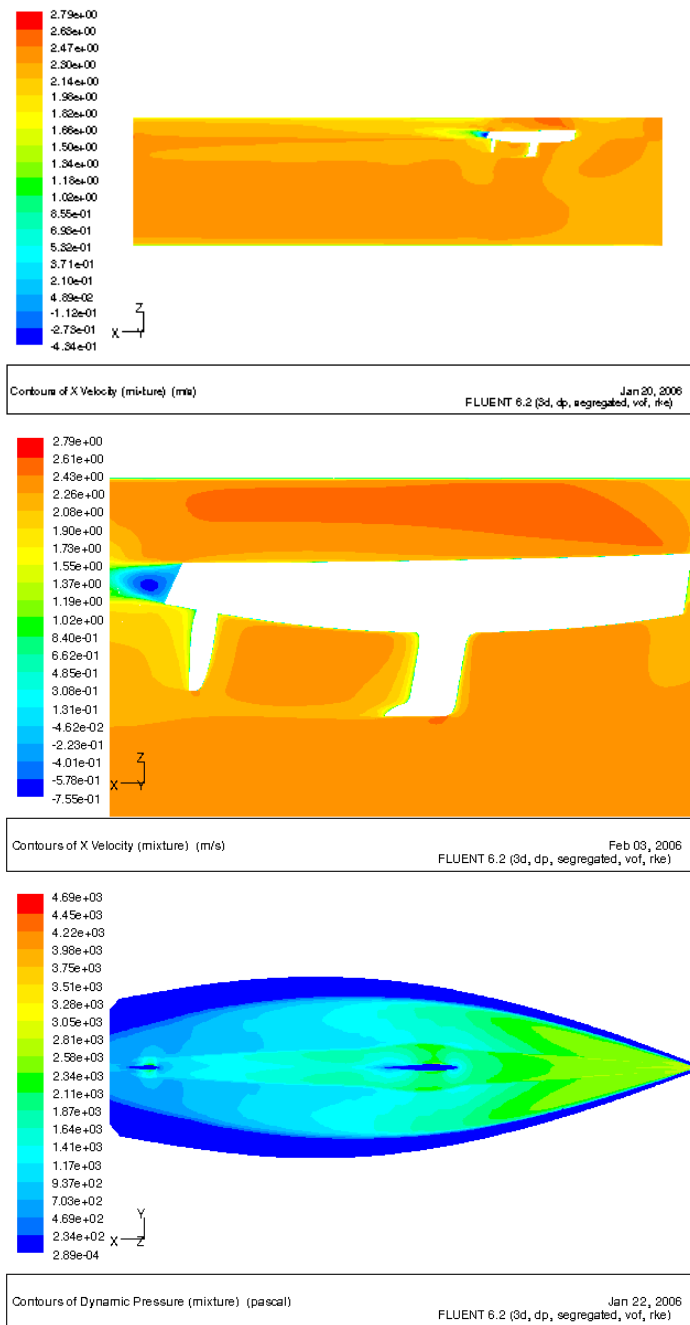


Abb. 6.9: Plausible Druck- und Geschwindigkeitsverteilung.

Die größte Abweichung ergibt sich für $V_M = 1.094 \frac{m}{s}$ zu fast 100% und liegt damit erheblich über den Abweichungen der höheren Geschwindigkeiten. Hier ist ein systematischer Fehler zu vermuten. Grundsätzlich liegen die instationär berechneten viskosen Kräfte deutlich über den stationär errechneten (s. auch Abb. 6.1(a)). Die Abweichungen bei den höheren Geschwindigkeiten sind wesentlich geringer und liegen bei den instationären viskosen Kräften zwischen 7% und 19 %, bei den stationären Kräften zwischen 1.5 % und 15 %. Der Grund für die große Abweichung bei $V_M = 1.094 \frac{m}{s}$ ist nicht ersichtlich.

6.2.2 Abhängigkeit der Druckkräfte von der Simulationsdauer

Bei allen instationären Rechnungen ließ sich beobachten, dass der Widerstandsbeiwert mit zunehmender Simulationsdauer stetig anstieg. Der von FLUENT ausgegebene C_D - Wert einer Rechnung ist beispielhaft in Abbildung 6.10 wiedergegeben.

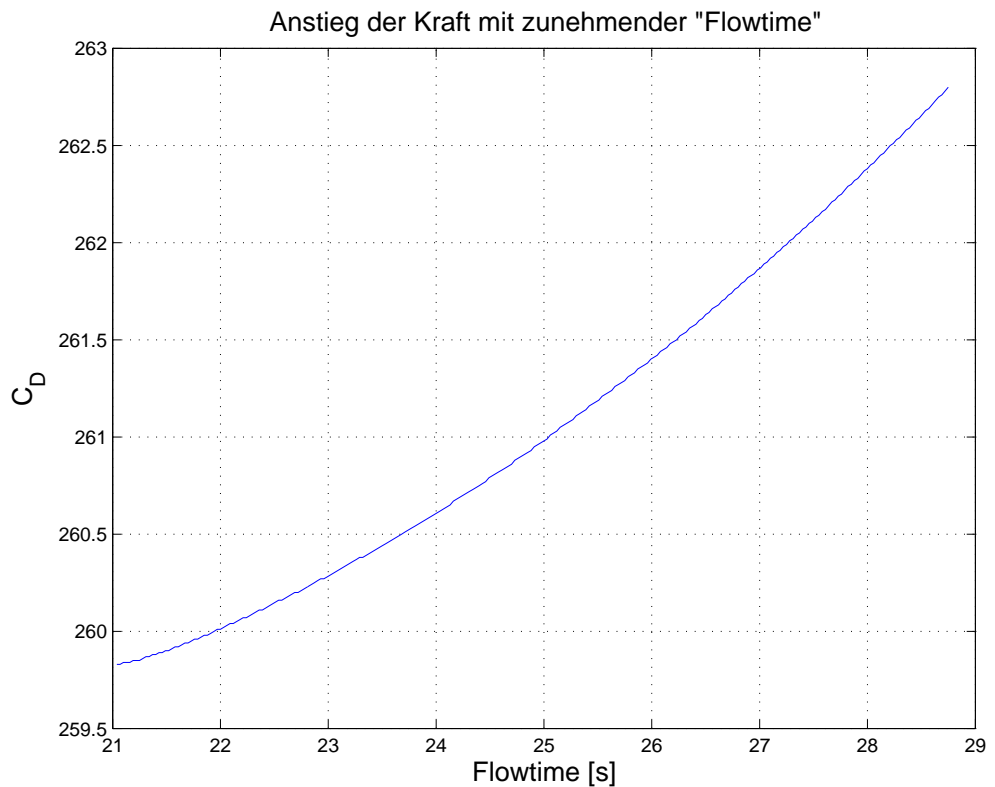


Abb. 6.10: Anstieg des von FLUENT ausgegebenen Widerstandskoeffizienten C_D in Abhängigkeit von der Flowtime.

Der Grund für diesen Anstieg liegt wahrscheinlich in der inhomogenen Anströmung

des Modells, die in einer asymmetrischen Druckverteilung resultiert. Abbildung 6.12(a) zeigt diese asymmetrische Druckverteilung kurz unterhalb des Ruhewasserspiegels. Deutlich ist zu sehen, dass an Backbord höhere Drücke herrschen und damit eine Querkraft erzeugt wird. Bild 6.12(b) zeigt eine ebenfalls ungleiche Druckverteilung am Kiel aus einer anderen Rechnung.

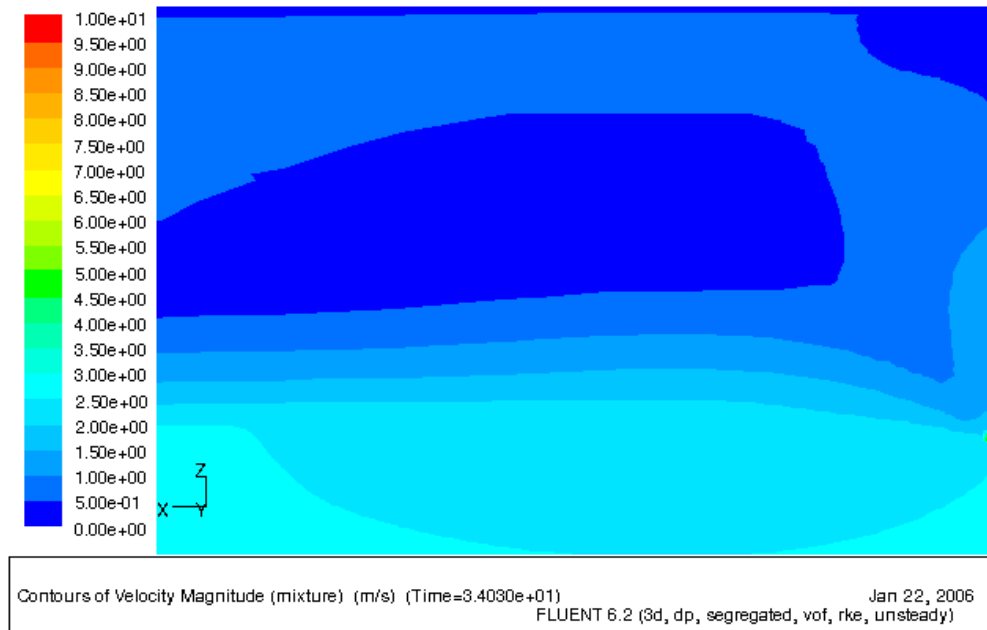


Abb. 6.11: Übergeschwindigkeit in einem Wirbel bei Verwendung der Wandrandbedingung am Lufteinlass (rechter Bildrand).

Die Ursache für diese asymmetrische Anströmung liegt in dem inhomogenen Geschwindigkeitsfeld an der Einlassfläche (s. Abb. 6.13), die im Laufe der Simulationsdauer zunimmt. Der ursprüngliche Grund für das Entstehen dieser Inhomogenität am Einlass ist nicht nachvollziehbar, da in der verwendeten Druckrandbedingung nur eine Normalkomponente der Einströmgeschwindigkeit gegeben wird. Offensichtlich verletzt der Löser hier die eingestellte Druckrandbedingung. Die in Abschnitt 5.2 beschriebene prinzipielle Vorgehensweise kann jedoch mit ein Grund dafür sein, dass sich die in einer vorherigen Lösung bereits vorhandenen Inhomogenitäten auf das Geschwindigkeitsfeld der darauf aufbauenden Lösung negativ auswirken.

Dass das verwendete Modell und Gitter plausible Druckkräfte liefern können, zeigt sich in der Berechnung der Auftriebskräfte (Kräfte in z - Richtung). Diese lagen i.A. ca. 10 % unter der Verdrängungskraft des Modells und weichen damit in tolerierbarem Ausmaß ab.

Es zeigte sich bei Verwendung der Geschwindigkeitseinlassrandbedingung, dass diese

zwar eine homogene Einströmung gewährleistet; jedoch ist die Verwendung einer inkompressiblen Phase (im hier vorliegenden Falle Luft) laut [FLUENT-Manual] dabei nicht möglich. Abbildung 5.5 (s. S. 66) zeigt die Auswirkungen bei Anwendung dieser Randbedingung.

Deswegen wurde hier eine weitere Variante getestet, bei der den Ein- und Auslassflächen der Luftphase eine Druckrandbedingung zugeordnet wurde. Laut FLUENT - Manual ist die Kombination von "Velocity Inlet"- und "Pressure Inlet"- Randbedingungen nicht ratsam und divergierte auch tatsächlich.

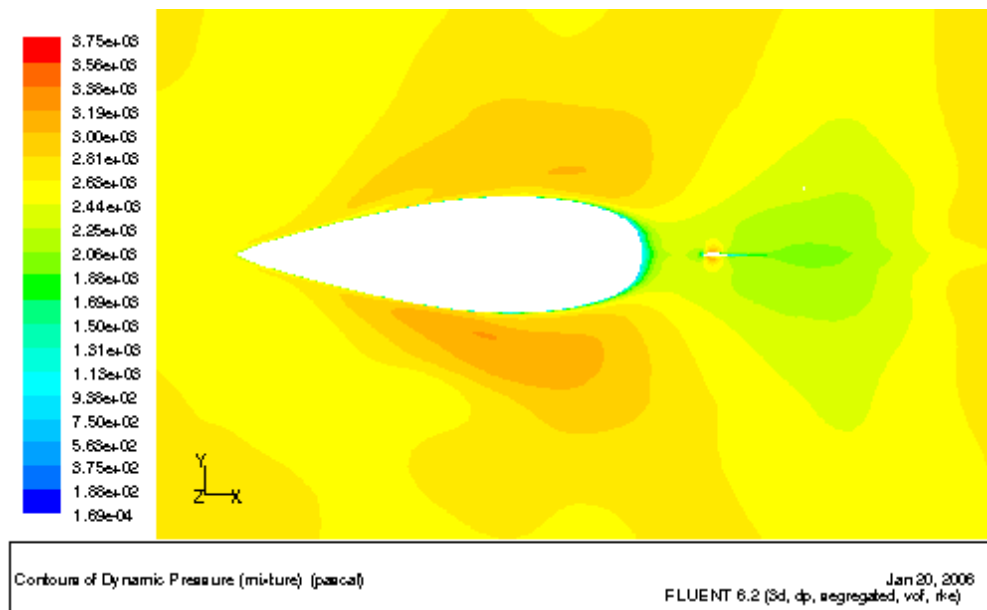
Als dritte Variante der Geschwindigkeitseinlassrandbedingung für die Wasserphase wurde der Luftein- und auslass als Wand definiert. Die daraus resultierende Vernachlässigung des ohnehin sehr geringen Luftwiderstandes wurde in Kauf genommen. Die Rechnung divergierte ebenfalls aufgrund extremer Übergeschwindigkeiten in einem sehr kleinen Zellbereich der Luftphase direkt hinter dem Einlass, wie Abbildung 6.11 zeigt. Hier entsteht ein sehr kleiner, sehr schnell rotierender Gegenwirbel zur Hauptluftströmung.

Die durchgängig viel zu hohen Druckkräfte lassen sich auf diese asymmetrische Druckverteilung zurückführen. Aufgrund der sich damit einstellenden schrägen Anströmung, die eine größere Schattenfläche des Modells zur Folge hat, erhöht sich der Formwiderstand. Dazu kommt eine Zunahme des induzierten Widerstandes von Kiel, Ruder und Rumpf.

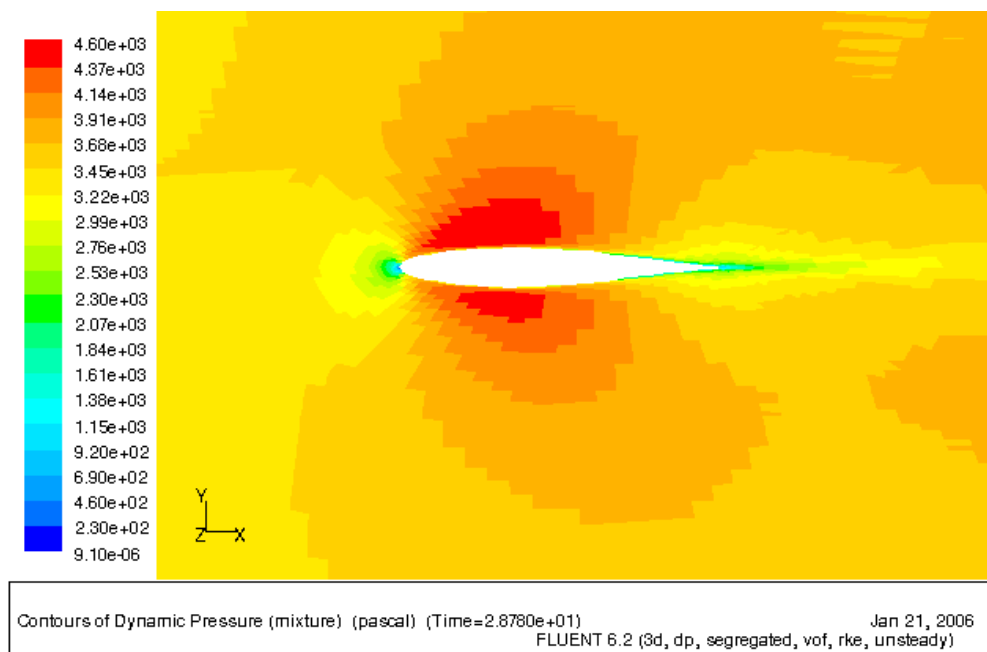
Die oben beschriebenen Erfahrungen mit Druck- und Geschwindigkeitseinlassrandbedingung führen zu dem Schluss, dass zur Modellierung eines Schleppkanals ein grundsätzlich anderes Verfahren zu wählen wäre. Eine vollständig "naturgetreue" Abbildung wäre z. B. mit einem sog. dynamischen Gitter gegeben, bei dem sich das Modell mit dem umgebenden Gitterblock durch das ruhende Fluid bewegt. Alternativ dazu könnte man eine das Geschwindigkeitsfeld gleichrichtende Funktion zwischen Einlass und Modell einfügen. Damit könnte das in diesen Simulationen zentrale Problem der asymmetrischen Anströmung vermieden werden.

Eine sich auf den ersten Blick anbietende Halbierung des Rechengebietes an der Symmetrieebene würde das aufgezeigte Problem nicht ändern: Zwar würden sich Querkräfte aufheben, aber der erhöhte Widerstand (Kräfte in x - Richtung) aus der Schräganströmung des Modells würde sich verdoppeln.

Infolge des Anstiegs der Druckkräfte in Abhängigkeit von der Simulationsdauer sind auch die stationär und instationär ermittelten Druckkräfte (s. Abb. 6.1(b)) unterschiedlich. D. h., die Größe der Druckkraft ist abhängig von der Simulationsdauer der jeweiligen Geschwindigkeit. Aus diesem Grund wurden zur Bewertung der berechneten Gesamtkräfte auch die Werte der stationären Lösungen herangezogen.



(a)



(b)

Abb. 6.12: Asymmetrische Druckverteilung kurz unterhalb des Ruhewasserspiegels (a) und am Kiel (b).

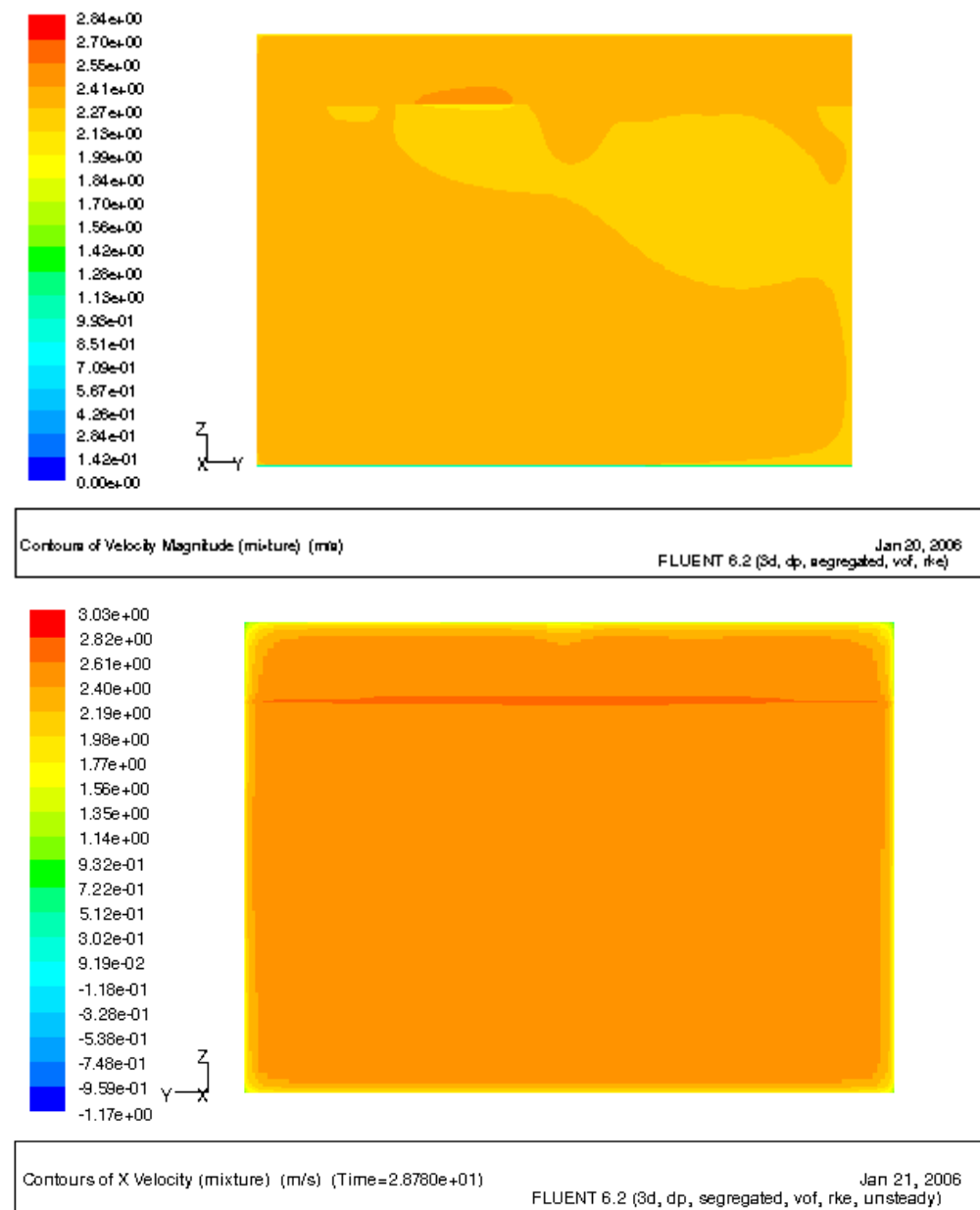


Abb. 6.13: Inhomogene Geschwindigkeitsverteilungen an den Ein- und Ausströmflächen; Oben: Einlass, Unten: Auslass.

6.2.3 Gitterabhängigkeit

Bei der Gittererzeugung hatte sich ein Bereich als besonders problematisch erwiesen, bei dem eine vertretbare Winkligkeit (s. Abschnitt 4.3) der Zellen nur schwer zu erzielen war: An der freien Oberfläche am Heck zeigte sich auch nach mehreren Nachbesserungen am Gitter ein Einfluss der Gitterstruktur auf die Darstellung der freien Oberfläche. Die Blockstruktur des Gitters ist in Abbildung 6.14 noch deutlich zu erkennen. Die Abhängigkeit ist jedoch lediglich “kosmetischer” Natur und wirkt sich nicht auf die Berechnung der Kräfte aus.

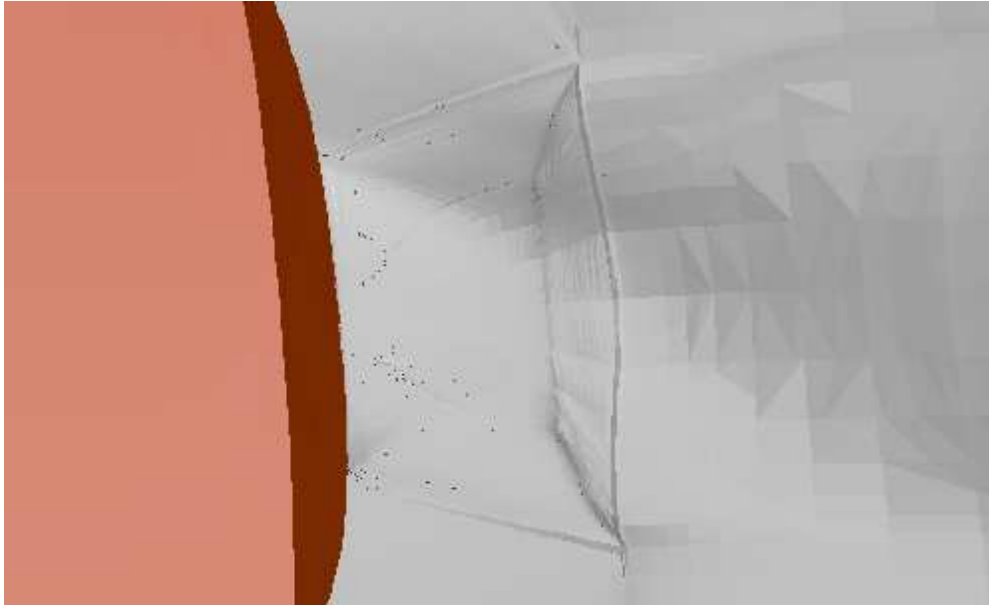


Abb. 6.14: Gitterabhängigkeit der Darstellung der freien Oberfläche am Heck.

7 Resumee und Ausblick

Resumee

Im Hinblick auf die Entwicklung eines numerischen Schleppkanals sind die erzielten Ergebnisse unbefriedigend. Die Rechenergebnisse für Widerstand und Querkraft liefern zwar gute qualitative Daten, sind aber quantitativ für eine annähernd genaue Widerstandsprognose noch nicht ausreichend. Die teilweise sehr genau getroffenen viskosen Widerstandskräfte zeigen, dass das Rechengitter grundsätzlich für eine numerische Simulation geeignet ist. Die durchgängig viel zu hohen Druckkräfte hingegen weisen im Zusammenhang mit der sich einstellenden inhomogenen Anströmung darauf hin, dass eine andere numerische Modellierung der Verhältnisse beim Schleppversuch gewählt werden müsste. Hierbei könnte z. B. ein dynamisches Gitter, mit dem das Modell virtuell durch das ruhende Fluid bewegt wird, die Realität besser abbilden.

Bezüglich der zu erreichenden Genauigkeit und der Performanz der Simulationsrechnungen ist festzustellen, dass wahrscheinlich eine deutlich reduzierte Zellenanzahl für befriedigende Ergebnisse ausgereicht hätte. Wie in Abschnitt 6.1.1 bereits angedeutet, hatte eine Rechnung mit vergrößertem ersten Wandabstand eine bessere Annäherung an die Messergebnisse erbracht. Allerdings ist dabei zu bedenken, dass die Kräfte in Abbildung 6.2 nach unterschiedlichen Simulationszeiten ermittelt wurden und damit nur unter Vorbehalt vergleichbar sind.

Die qualitative Bewertung des berechneten Wellenbildes im Vergleich mit Fotos der Schleppversuche zeigt eine recht gute Übereinstimmung sowohl der Höhe der Bugwelle als auch der Absenkung des Wasserspiegels im mittleren Teil des Modells. Die Darstellung des Brechens der Bugwelle und die daraus entstehenden Spritzer ist nicht ausreichend genau, was an der nicht genügend feinen Diskretisierung dieses Bereiches liegt.

Abschließend lässt sich feststellen, dass auf dem Weg zu einem numerischen Schleppkanal, der Untersuchungen mittels Modellversuchen ersetzen könnte, noch viel Arbeit zu leisten ist. Ein entscheidender Punkt ist nach den gemachten Erfahrungen der Ausbau der ständigen *Verfügbarkeit* von ausreichender Rechnerleistung, damit Wartezeiten beim Batchbetrieb deutlich verkürzt werden können.

Ausblick

Die hier begonnenen Untersuchungen eröffnen die Perspektive auf eine Reihe von möglichen weiteren Untersuchungen:

- **Variation des Gitters:** Die Anzahl der Gitterzellen wäre zu reduzieren, bis

sich bei ansonsten identischen Rechnungen keine Änderung in den Ergebnissen mehr zeigt.

In geometrisch komplexen Bereichen (starke Krümmungen, Unstetigkeiten) wären hybride Gitter mit tetraedrischen Zellen einzusetzen, um den Arbeitsaufwand bei der Gittergenerierung zu reduzieren.

- **Modellbildung:** Die Modellbildung wäre - wie bereits mehrfach erwähnt - auf eine realistischere Abbildung des Schleppkanals anzupassen.
- **Nicht-RANSE-Verfahren:** Gerade bei der Simulation von Modellen mit Anhängen wäre eine Untersuchung mit nicht zeitlich mittelnden Verfahren - wie LES oder DES - zur Berechnung von periodischen Schwingungserregungen angebracht.
- **Untersuchung von Maßstabseffekten:** Bei der Untersuchung von Maßstabseffekten bei der Übertragung der Ergebnisse vom Modell zur Großausführung könnte man zur Reduzierung der Anzahl der Kontrollvolumina masstäblich verkleinerte Modelle rechnen, wobei zur Erfüllung der Ähnlichkeitsgesetze die physikalischen Parameter (Gravitation und kinematische Zähigkeit oder Dichte) so eingestellt werden könnten, dass Reynoldssche und Froudsche Ähnlichkeit gleichzeitig erfüllt sind. Damit wäre - neben dem ökonomischen - ein entscheidender *Modellvorteil* des numerischen Schleppkanals genutzt, der es erlaubt, physikalische Randbedingungen frei wählen zu können.

A Tabellen

Parameter	Wert
Displacement Δ	286.9 kg
Verdrängung \forall	0.287 m ³
Tiefgang D	0.821 m
Wasserlinienlänge L_{WL}	3.737 m
Breite WL B_{WL}	1.003 m
Benetzte Oberfläche A_{WS}	3.59 m ²
Max. Querschnittsfläche A_M	0.157 m ²
Prismatischer Koeffizient C_P	0.485
Blockkoeffizient C_B	0.092
Projizierte Fläche Kiel	0.24 m ²

Tab. A.1: Einige hydrodynamische Beiwerte des Schleppmodells der DYNA.

$g \left[\frac{m}{s^2}\right]$	9.80665
$L_{WL} [m]$	3.773
$T [^\circ C]$	17.6
$G_{Trimm,0} [kg]$	140

$V_M \left[\frac{m}{s}\right]$	Fn	Rn	$G[kg]$	$F_{1K-Waage}[N]$	$R_T[N]$	$T_{FPP}[mm]$	$T_{APP}[mm]$	$ \Delta T [mm]$	$ \Delta Trimm [^\circ]$	$\Delta G_{Trimm}[kg]$
0.606	0.1	2.1369e+6	1	-6.29	3.52	-1.8	-0.5	1.3	0.019	0
0.729	0.12	2.5706e+6	1	-4.8	5.01	-2.4	-0.5	1.9	0.027	0
0.851	0.14	3.0008e+6	1	-3.13	6.68	-2.4	-1.2	1.2	0.017	0
0.971	0.16	3.4239e+6	1	-1.09	8.72	-2.2	-3.9	1.7	0.024	0
1.094	0.18	3.8576e+6	1	1.12	10.93	-4.2	-3.6	0.6	0.009	-10
1.5	0.246	5.2893e+6	2	1.12	20.73	-2.6	-3.5	0.9	0.013	-10
2.067	0.34	7.2886e+6	5	-4.64	44.39	-5.7	-3.7	2.0	0.029	-30
2.31	0.38	8.1454e+6	8	-9.13	69.32	-2.2	-4.6	2.3	0.033	-50
2.553	0.42	9.0023e+6	11	2.59	110.46	-4.7	-4.5	0.2	0.003	-70

Tab. A.2: Versuchsprogramm und Ergebnisse zur Widerstandsmessung in Vorwärtsfahrt ohne Anstellung.

$V_M \left[\frac{m}{s}\right]$	0.606	0.729	0.852	0.971	1.094	1.5	2.067	2.31	2.553
$R_{T,Messung}$	X	X	X	X	X	X	X	X	X
$R_{T,Simulation}$	-	-	-	-	X		X	X	X

Tab. A.3: Matrix der durchgeführten Messungen und Simulationsrechnungen.

B Abbildungen zu den Schleppversuchen

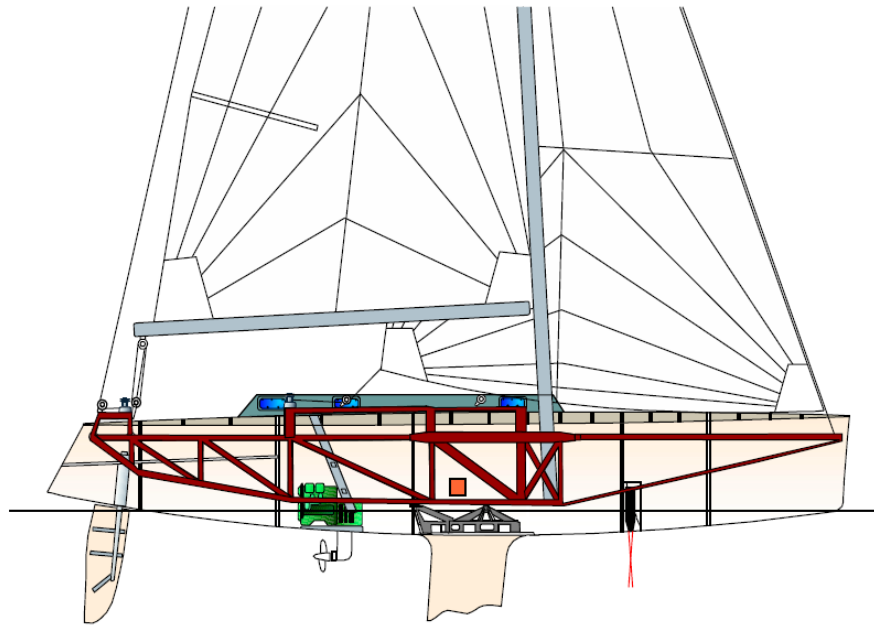


Abb. B.1: Generalplan der Messsegelyacht DYNA (nach [Hochkirch, 2000]).



Abb. B.2: Standardkiel des Modells der Messsegelyacht DYNA.

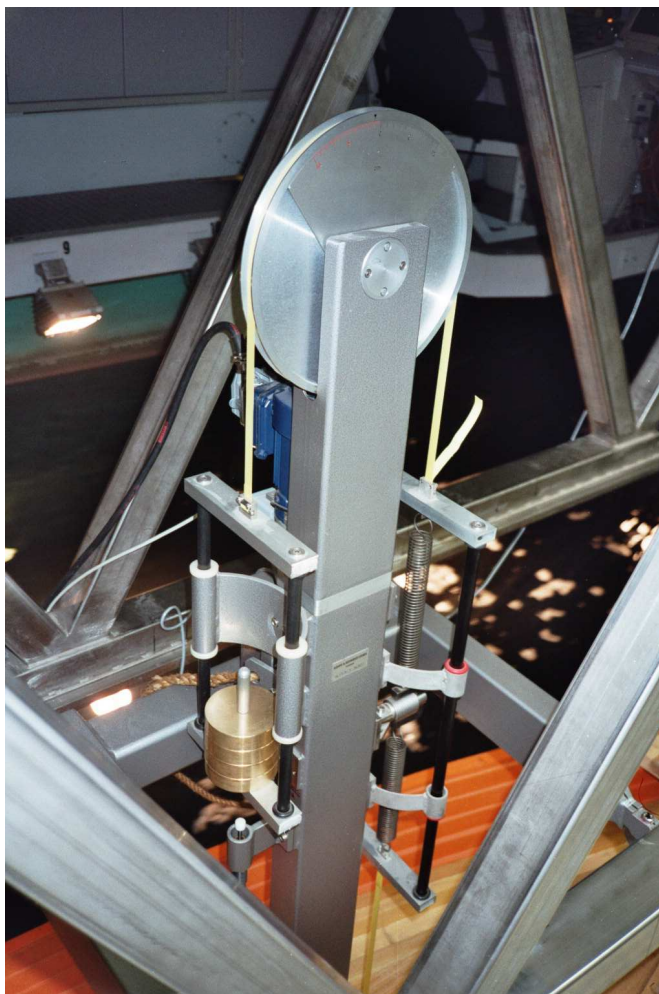


Abb. B.3: Kraftmesswaage am Schleppwagen.

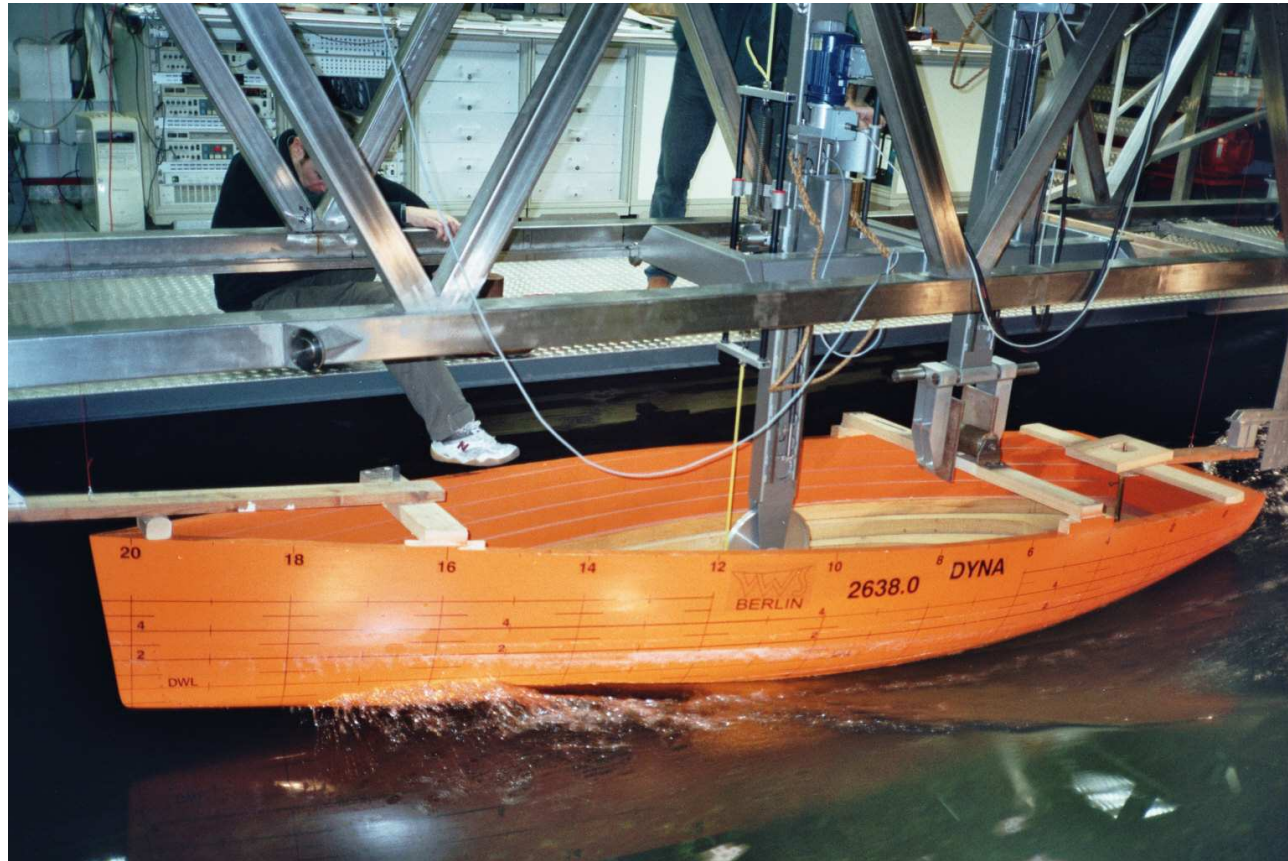


Abb. B.4: Das Modell der DYNA am Schleppwagen.

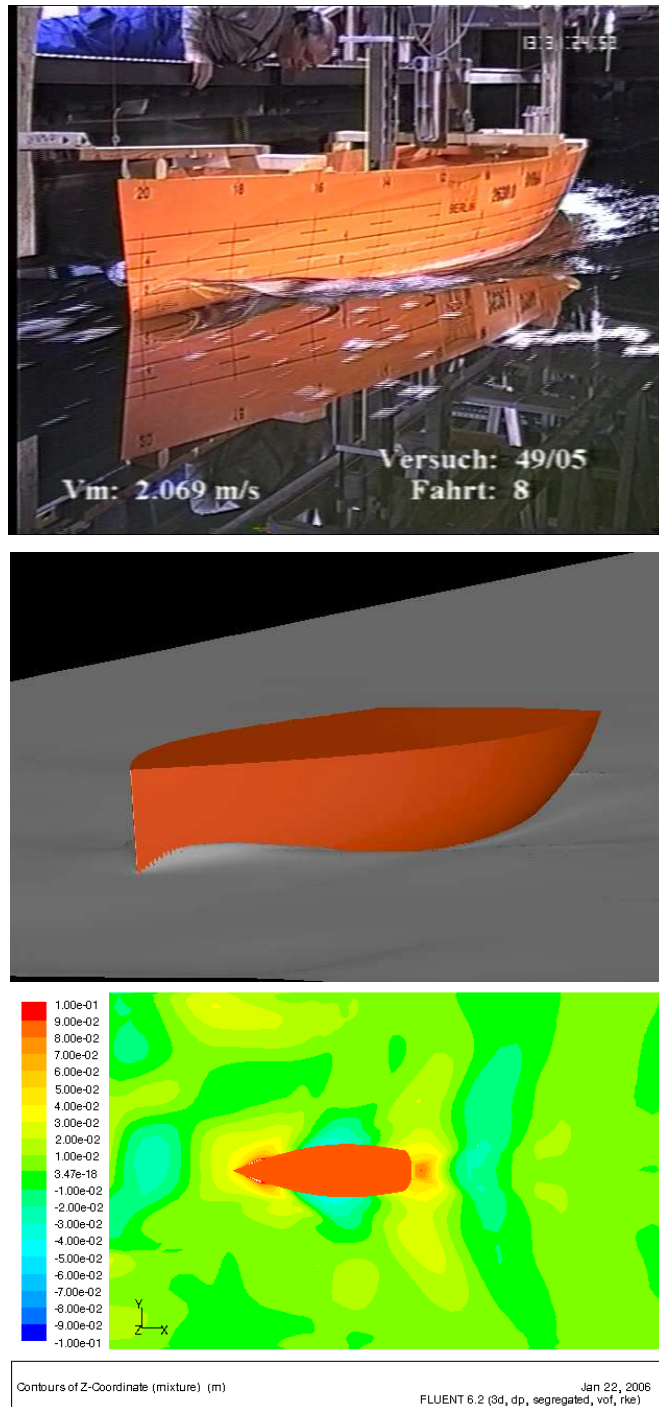


Abb. B.5: Das Wellensystem von Schleppversuch und Simulation bei $2.067 \frac{m}{s}$.

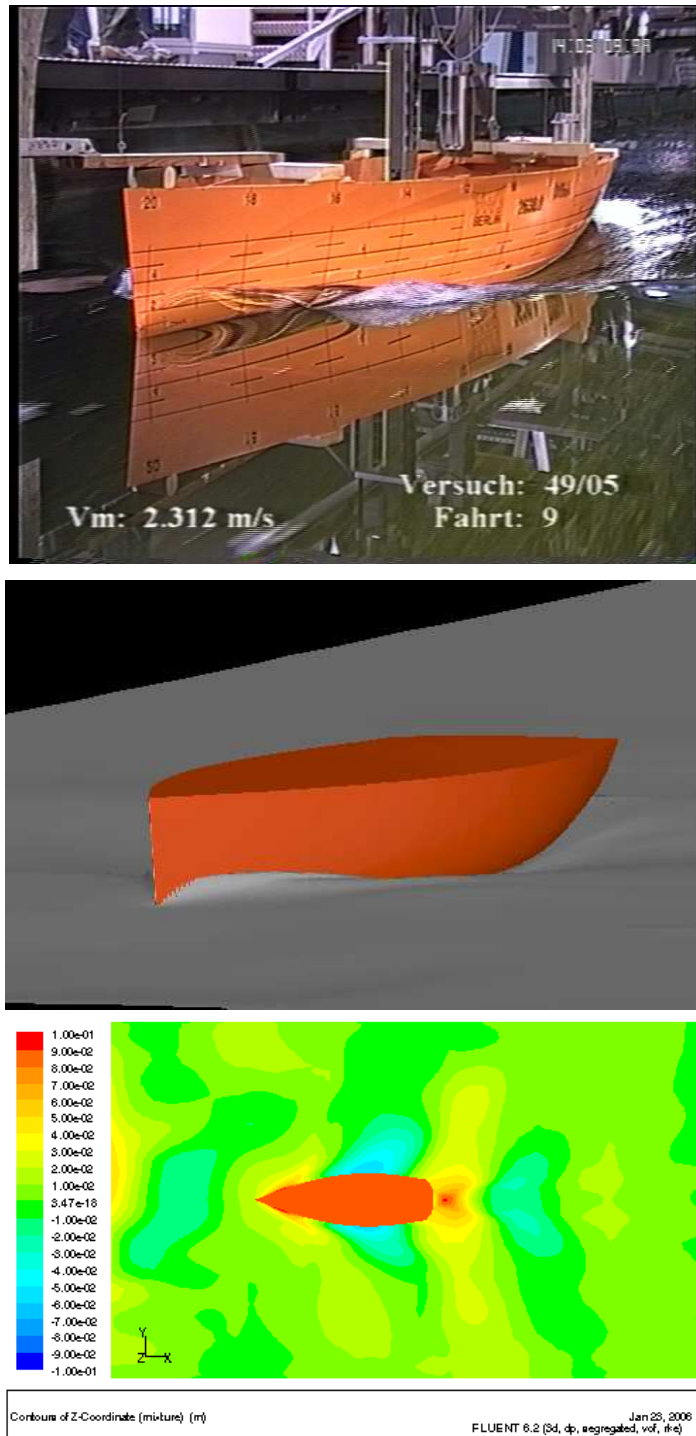


Abb. B.6: Das Wellensystem von Schleppversuch und Simulation bei $2.31 \frac{m}{s}$.

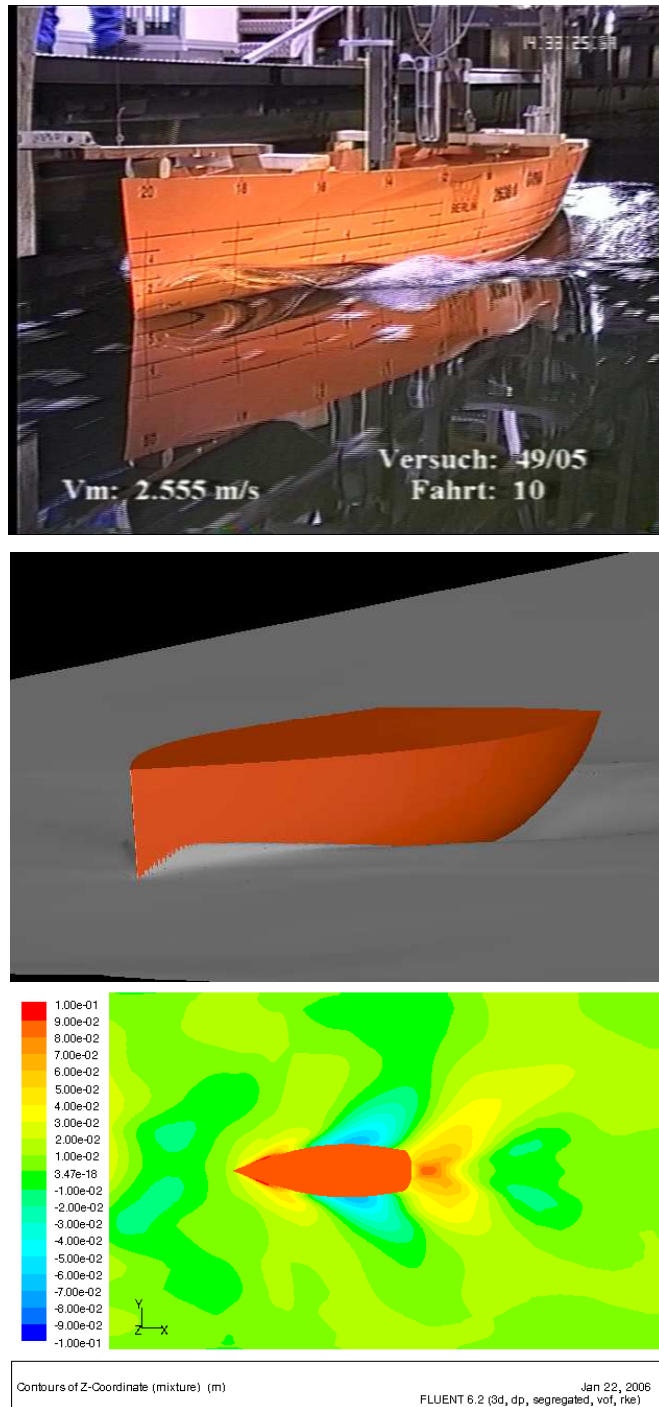


Abb. B.7: Das Wellensystem von Schleppversuch und Simulation bei $2.553 \frac{m}{s}$.

Literaturverzeichnis

- [Hochkirch, 2000] Hochkirch, K.: *Entwicklung einer Messyacht zur Analyse der Segelleistung im Originalmaßstab*. Dissertation, TU Berlin, 2000.
- [Stück, 2003] Stück, R.: *Hydrodynamische Analyse von Segelyachten aus instationären Modellversuchen*. Diplomarbeit, TU Berlin, 2003.
- [PNA, 1988] Lewis, E. V. (Hrsg.): *Principles of Naval Architecture, Volume II*. The Society of Naval Architects and Marine Engineers, 1988.
- [SNAME, Recommended Procedures] SNAME - Recommended Procedures, Internet - Quelle: http://ittc.sname.org/2002_recomm_proc/7.5-02-02-01.pdf
- [Newman, 1977] Newman, J. N.: *Marine hydrodynamics*. MIT, 9. Auflage, 1999.
- [Bartsch] Bartsch, H.-J.: *Taschenbuch Mathematischer Formeln*. Fachbuchverlag Leipzig, 20. Auflage, 2004.
- [Majidi, 1999] Majidi, K.: *Numerische Strömungsberechnung zu Fluidenergiefeldmaschinen*. Skript zur integrierten Lehrveranstaltung, TU Berlin, Fakultät V, Integrierte Verkehrs- und Maschinensysteme, 1999.
- [Noll, 1993] Noll, B.: *Numerische Strömungsmechanik: Grundlagen*. Springer, 1993.
- [Thompson et al., 1997] Thompson, J. F.; Warsi, Z. U. A.; Mastin, C. W.: *Numerical Grid Generation. Foundations and Applications*. Internet - Quelle: <http://www.erc.msstate.edu/publications/gridbook/>, 1997.
- [FLUENT-Manual] Online - Manual zur FLUENT Software Version 6.2.
- [Unstr. Gitter] Internet - Quelle: http://www.cs.odu.edu/~keyes/nsf/applications/steady_euler/grid_comp_small.gif
- [Hirt, Nichols, 1981] Hirt, C. W.; Nichols, B. D.: *Volume of Fluid (VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries*, Journal of Computational Physics 39, S. 201, 1981.
- [EPCC] Minty, E.; Davey, R.; Simpson, A.; Henty, D.: *Decomposing the Potentially Parallel*, Course Notes, Edinburgh Parallel Computing Centre, The University of Edinburgh.
- [Papula, 2001] Papula, L.: *Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler*, Bd. III, Vieweg, 2001.
- [Truckenbrodt, 1998] Truckenbrodt, E.: *Fluidmechanik Band II*, Springer, 1998.