
6.3 Existenz diskreter Energiestufen im Kern, Übergänge zwischen Energieniveaus bei γ -Emission; Energieniveauschemata

Kernmodelle

Man ist heute noch nicht in der Lage, Vorgänge und Zustände in den Kernen so klar zu übersehen und zu beschreiben wie in der Atomhülle. In der Hülle stehen alle Elektronen unter dem Einfluss der Coulomb-Anziehung durch den Kern, der als punktförmiges Zentrum betrachtet werden kann. Wechselwirkungen zwischen den Elektronen werden als Korrekturen eingebracht. Im Atomkern fehlt dagegen ein solches Zentrum. Man muss die Wechselwirkungen der zahlreichen benachbarten Nukleonen gleichermaßen betrachten; zudem fehlt für die Kernkräfte ein genaues Gesetz, um Vorgänge im Kern exakt mathematisieren zu können.

Es wurden daher verschiedene Kernmodelle entwickelt, die untereinander nicht konkurrieren, sondern gleichberechtigt nebeneinander verschiedene Eigenschaften von Atomkernen verständlich machen. Solche Modelle sind

1. das Tröpfchenmodell (Bethe, Weizsäcker)
2. das Schalenmodell
3. das Potentialtopfmodell.

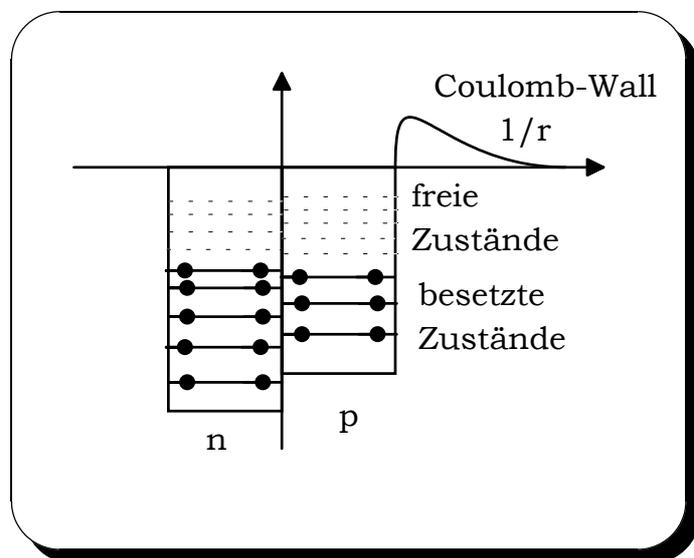
Der Atomkern als Potentialtopf

Die Vorstellung verschiedener diskreter Energiestufen im Kern wird z. B. durch ein Experiment bestätigt, das später noch genauer besprochen werden wird: Ra 226 emittiert α -Strahlen verschiedener diskreter Energien (4,78 MeV und 4,59 MeV) sowie γ -Strahlung der Energie 0,19 MeV, die genau gleich der Energiedifferenz der beiden α -Energien ist. Die Vorstellung liegt daher nahe, dass ein Ra-Kern beim Aussenden eines α -Teilchens entweder direkt in den Grundzustand oder zunächst in einen angeregten Zwischenzustand übergeht, aus dem der Kern durch Emission eines γ -Quants in den Grundzustand fällt.

Bei der Atomhülle hat sich der Potentialtopf als gute Näherung bewährt, mit der man viele Phänomene der Hüllenphysik (z. B. Energieniveaus, Spektren, Schalenstruktur und Atombau) verdeutlichen kann. Genaue Rechnungen waren aber nicht möglich, da für die Elektronen der Kern ein praktisch punktförmiges Kraftzentrum darstellt, während im Topf ein solches Zentrum fehlt. Dieses Eigenschaft macht das Topfmodell aber gerade für die Nukleonen im Kern besonders geeignet; sie werden im Grunde ja nur an der Kernoberfläche durch die nach innen gerichteten Kernkräfte am Verlassen des "Kerntopfes" gehindert; im Innern heben sich - wie in einem Flüssigkeitstropfen - die Anziehungskräfte benachbarter Teilchen auf.

Die Kernbausteine Proton und Neutron sind Mikrogebilde wie das Elektron; auch ihr Verhalten muss durch eine Ψ -Funktion beschrieben werden. In einem Potentialtopf können daher auch Nukleonen nur bestimmte, diskrete Energien (charakterisiert durch die Quantenzahlen) annehmen. Für Protonen wie für Neutronen soll außerdem das Pauli-Prinzip gelten. Da sich aber beide unter anderem in der Ladung unterscheiden, muss man jeder Teilchensorte einen eigenen Potentialtopf mit maximal zwei Teilchen je Energieniveau zuordnen, dessen Volumen dem Kernvolumen entspricht.

Die Coulomb-Abstoßung zwischen den Protonen führt zu einer geringeren mittleren Bindungsenergie der Protonen, d. h. die Energieniveaus der Protonen liegen höher. Der Potentialtopf der Protonen hat daher einen höher liegenden "Topfboden" als der Neutronentopf.



Bei stabilen Kernen sind die beiden Potentialtöpfe etwa bis zum gleichen Niveau gefüllt. Wäre dies nicht der Fall, so könnte ein Neutron unter Energieabgabe und Emission eines Elektrons in den Protonentopf überwechseln (vgl. später den β -Zerfall!). Stabile Kerne mit beliebiger Protonen- und Neutronenzahl treten daher in der Natur nicht auf, und im allgemeinen ist bei ihnen die Neutronenzahl größer als die Protonenzahl.

Viel weiter oben wurde die quantenmechanische Nullpunktsenergie (Lokalisationsenergie) eines Mikroteilchens in einem kubischen Potentialtopf der Kantenlänge L zu

$$W_1 = \frac{3 \cdot h^2}{8 \cdot m \cdot L^2}$$

bestimmt. Wendet man diese Gleichung auf ein Nukleon in einem Topf der Kantenlänge $L = 10^{-14} \text{ m}$ (= Kernradius) an, so erhält man eine Nullpunktsenergie von etwa 6 MeV. Damit das Nukleon den Kern nicht verlassen kann, muss der Topf tiefer sein. Da in ihm viele Niveaus übereinander liegen, können Kerntöpfe eine Tiefe von ca. 50 MeV erreichen.

Paarbildung

In ein Niveau des Protonen- bzw. Neutronentopfs können wegen des Pauli-prinzips jeweils zwei Protonen bzw. Neutronen treten, falls sie ihre Spins entgegengesetzt einstellen, d.h. absättigen. Ein drittes Proton bzw. Neutron muss für sich einen höheren Zustand besetzen; es erhöht deshalb die Gesamtenergie und vermindert die Stabilität.

Es sind daher Nuklide, die eine gerade Anzahl von Protonen und Neutronen haben, besonders stabil (gg-Kerne). Die nachfolgende Tabelle zeigt die Verteilung der verschiedenen Kerne auf die einzelnen Kategorien:

Z	N	Typ	Zahl m der stabilen Kerne
g	g	(gg)	162
g	u	(gu)	56
u	g	(ug)	52
u	u	(uu)	6

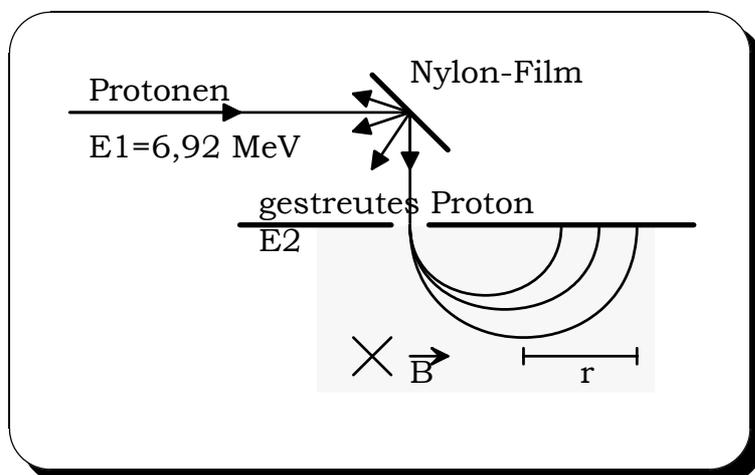
Auf die (gg-)Kerne $^{16}_8\text{O}$ und $^{28}_{14}\text{Si}$ entfallen z.B. fast 75 % der Erdkruste.

Experimenteller Nachweis der diskreten Energiestufen im Atomkern

Beim Beschuss zum Nachweis diskreter Energiestufen im Atomkern verwendet man zweckmäßigerweise hochenergetische Protonen oder Neutronen, die mit den Kernen in starke Wechselwirkung treten, wohingegen ihre Coulomb-Wechselwirkung mit der Elektronenhülle vernachlässigt werden kann.

Als Beispiel für einen derartigen Beschießungsversuch und seine Auswertung soll ein Experiment von Bockelmann, Browne, Buechner und Sperduto dienen:

Versuch:



Energiestufen im Kern

Ein Protonenbündel mit der Energie $E_1 = 6,92 \text{ MeV}$ trifft auf einen Nylon-Film (Hauptbestandteile C, N, O). Die unter $\theta = 90^\circ$ gestreuten Protonen treffen auf einen 180° -Massenspektrographen und werden dort analysiert.

Ergebnis:

Es finden sich verschiedene ausgeprägte Radien, aus denen sich die zugehörigen Impulse berechnen lassen:

$$\frac{m}{2} \cdot v^2 = e \cdot v \cdot B \Rightarrow p = m \cdot v = e \cdot r \cdot B.$$

Das Produkt $r \cdot B$ ist also ein Maß für die Protonenimpulse.

Für die Streuung an ^{14}N -Kernen erhält man für $r \cdot B$ die Werte

$$r \cdot B \in \{353 \cdot 10^{-3} \text{ Tm}, 283 \cdot 10^{-3} \text{ Tm}, 219 \cdot 10^{-3} \text{ Tm}\}.$$

Daraus lassen sich nichtrelativistisch aus

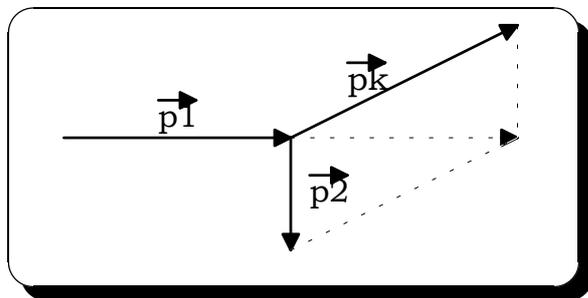
$$E_{\text{kin}} = \frac{p^2}{2 \cdot m}$$

die kinetischen Energien E_2 der Protonen nach der Streuung zu

$$E_2 \in \{5,97 \text{ MeV}, 3,84 \text{ MeV}, 2,30 \text{ MeV}\}$$

berechnen.

Wenngleich auch die Energie $E_{2,\text{max}}$ der energiereichsten Protonen deutlich unterhalb der Einschussenergie E_1 liegt, kommt sie dennoch durch elastische Protonenstreuung zustande, wie sich bei Berücksichtigung der auf den getroffenen Kern übertragenen Rückstoßenergie berechnen lässt:



Impulserhaltung:

$$\vec{p}_1 = \vec{p}_2 + \vec{p}_k \text{ bzw. } (90^\circ!) p_k^2 = p_1^2 + p_2^2$$

Energieerhaltung:

$$E_1 = E_2 + E_k$$

Energie-Impuls-Beziehung:

$$E_1 = \frac{p_1^2}{2 \cdot m_p}, E_2 = \frac{p_2^2}{2 \cdot m_p}, E_k = \frac{p_k^2}{2 \cdot m_k} \text{ bzw.}$$

$$p_1^2 = 2 \cdot m_p \cdot E_1, p_2^2 = 2 \cdot m_p \cdot E_2, p_k^2 = 2 \cdot m_k \cdot E_k$$

Dann gilt:

$$E_1 - E_2 = E_k = \frac{p_k^2}{2 \cdot m_k} = \frac{p_1^2 + p_2^2}{2 \cdot m_k} = \frac{2 \cdot m_p \cdot E_1 + 2 \cdot m_p \cdot E_2}{2 \cdot m_k} = \frac{m_p \cdot E_1 + m_p \cdot E_2}{m_k}.$$

Daraus folgt

$$E_1 \cdot m_k - E_2 \cdot m_k = m_p \cdot E_1 + m_p \cdot E_2$$

bzw.

$$E_1 \cdot m_k - m_p \cdot E_1 = E_2 \cdot m_k + m_p \cdot E_2$$

$$E_1 \cdot (m_k - m_p) = E_2 \cdot (m_k + m_p)$$

$$E_2 = \frac{m_k - m_p}{m_k + m_p} \cdot E_1.$$

Mit

$$m_k = 14 \text{ u und } m_p = \text{u}$$

erhält man daraus

$$E_2 = \frac{13}{15} \cdot 6,92 \text{ MeV} = 5,99 \text{ MeV}$$

in guter Übereinstimmung mit dem Messwert.

Es liegt nahe, bei den übrigen Messwerten einen zusätzlichen Energieverlust des gestreuten Protons durch eine Anregung des Rückstoßkerns infolge inelastischer Streuung zu erklären. Bei dieser Annahme muss der Energiesatz in der Form

$$E_1 = E_2 + E_k + E^*$$

angesetzt werden. Aus den Messwerten E_1 und E_2 lässt sich dann die jeweilige Anregungsenergie E^* berechnen:

$$\begin{aligned} E^* &= E_1 - E_2 - E_k = E_1 - E_2 - \frac{p_k^2}{2 \cdot m_k} = E_1 - E_2 - \frac{p_1^2 + p_2^2}{2 \cdot m_k} = \\ &= E_1 - E_2 - \frac{2 \cdot m_p \cdot E_1 + 2 \cdot m_p \cdot E_2}{2 \cdot m_k} = E_1 - E_2 - \frac{m_p}{m_k} \cdot (E_1 + E_2). \end{aligned}$$

Eine letzte Umformung ergibt

$$E^* = E_1 \cdot \left(1 - \frac{m_p}{m_k}\right) - E_2 \cdot \left(1 + \frac{m_p}{m_k}\right) = \frac{13}{14} \cdot E_1 - \frac{15}{14} \cdot E_2.$$

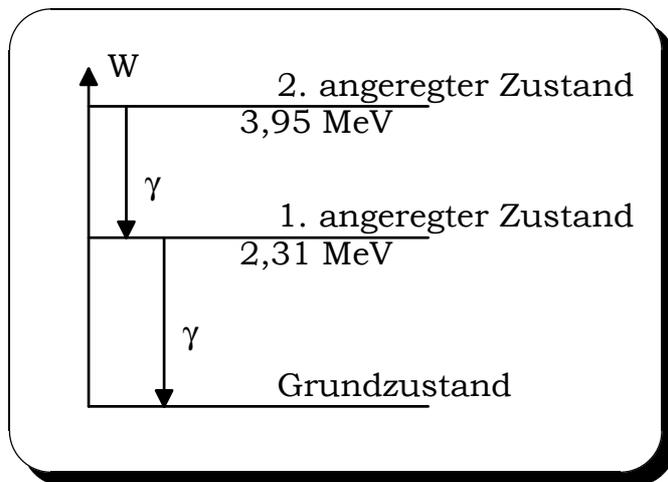
Damit folgt für

$$E_1 = 6,92 \text{ MeV} \text{ und } E_2 = 3,84 \text{ MeV: } E^* = 2,31 \text{ MeV}$$

bzw. aus

$$E_1 = 6,92 \text{ MeV} \text{ und } E_2 = 2,30 \text{ MeV: } E^* = 3,95 \text{ MeV.}$$

Mit diesen Werten lässt sich ein Kernniveauschema für ^{14}N aufstellen:



Übergang zwischen Energieniveaus bei γ -Emission

Wie in der Atomhülle erfolgt auch der Übergang eines angeregten Kerns in einen niederenergetischeren Zustand unter Emission der sog. γ -Strahlung. Aus deren Energien kann man auf die Energieniveaus im Kern schließen.

Wie bei der Hülle gibt es auch für den Atomkern verschiedene Möglichkeiten der Anregung:

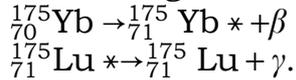
1. inelastische Stöße durch andere Teilchen oder Kerne,
2. vorausgehende α - oder β -Zerfälle,

3. vorausgehende Kernreaktionen oder -spaltungen
4. Absorption eines geeigneten γ -Quants (Kernresonanzabsorption).

Beispiel:

Beim β -Zerfall von ${}_{70}^{175}\text{Yb}$ entsteht der angeregte Zwischenkern ${}_{71}^{175}\text{Lu}^*$, der unter γ -Emission in den Grundzustand übergeht.

Reaktionsgleichungen:

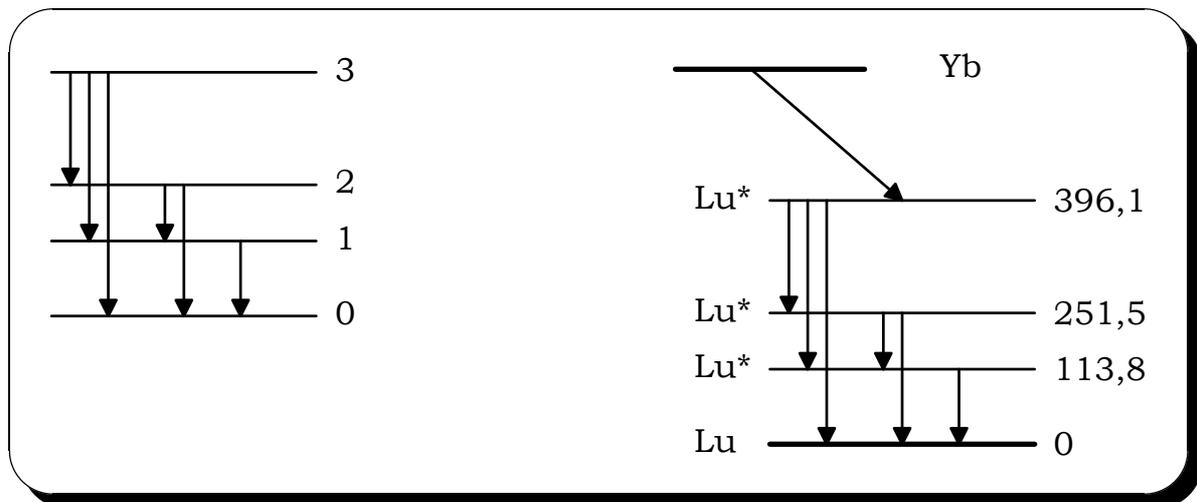


Bei dieser Kernreaktion werden folgende γ -Energien beobachtet:

113,81 keV; 137,65 keV; 144,85 keV; 251,46 keV; 282,57 keV; 396,1 keV.

Um von den beobachteten γ -Energien zu einem Termschema zu kommen, verwendet man wie beim Termschema der Hülle das Ritzsche Kombinationsprinzip, das besagt, dass jede Frequenz außer der höchsten durch Differenzen zweier anderer Frequenzen berechnet werden kann.

Man erkennt schnell, dass zum Beobachten von 6 Frequenzen mindestens 4 Energieniveaus vorliegen müssen:



Im vorliegenden Fall erfüllen die Energiewerte $W_1 = 113,8 \text{ MeV}$, $W_2 = 251,5 \text{ MeV}$ und $W_3 = 396,1 \text{ MeV}$ die geforderten Bedingungen.

Damit ergibt sich oben stehendes Energieniveauschema für den Übergang ${}_{70}^{175}\text{Yb} \rightarrow {}_{71}^{175}\text{Lu}$.